



សិល្បៈនៃការគិតគណិតវិទ្យា

រៀបរៀងដោយ:

អ៊ឹង សំណាង

Tel : 092 200 672



លឹម ផល្លុន

Tel : 017 768 246

សម្រាប់:

- 🔑 សិស្សពូកែគ្រប់កម្រិត
- 🔑 ហ្វឹកហាត់ការគិតគណិតវិទ្យាបែបទំនើប

**ចោះពុម្ព
លើកទី ២**

ភាគ ១

រក្សាសិទ្ធិ

មរតកគណិតវិទ្យា

Mathematical heritage

សិល្បៈនៃការគិតគណិតវិទ្យា



ភាគ ១

កល្លា:កម្មការនិពន្ធ និង រៀបរៀង

1-លោក លឹម ផល្គុន

2-លោក អ៊ឹង សំណាង

កល្លា:កម្មការត្រួតពិនិត្យបច្ចេកទេស

1-លោក សយ នី

2-លោក កែម គឹមហាន

3-លោក នន់ សុខណា

4-លោក ឡា ស្នួស្តី

5-លោក លឹម ចាន់ធី

6-លោក អ៊ុយ ដារីត

7- លោក ខេន ភិរុណ

8-លោក មិល ឧត្តម

9-លោក សង ថុនា

កល្លា:កម្មការត្រួតពិនិត្យអក្ខរាវិរុទ្ធ

1-លោក ឱក ឈៀត

2-លោក លឹម មិត្តសិរ

ការិយកុំព្យូទ័រ

1-លោក អ៊ឹង សំណាង

2- អ្នកស្រី លី គុណ្ណាកា

រចនាគ្របសៀវភៅ

លោក ព្រំ ម៉ាឡា

សេចក្តីថ្លែងអំណរគុណ

យើងខ្ញុំជាអ្នកចង់ក្រង និងរៀបរៀងសៀវភៅ « មរតកគណិតវិទ្យា - សិល្បៈនៃការគិតគណិតវិទ្យា » នេះឡើង ប្រកបដោយជោគជ័យ គឺជាការខិតខំប្រឹងប្រែងយកចិត្តទុកដាក់ និងព្យាយាមក្នុងការស្រាវជ្រាវរកឯកសារដែលពាក់ព័ន្ធទាំងឡាយ និងមានការជួយឧបត្ថម្ភ ណែនាំពីសំណាក់រៀបចំរៀង ដែលពោរពេញដោយសមត្ថភាពព្រមទាំងបទ ពិសោធន៍។

ក្នុងពេលនេះយើងខ្ញុំសូមគោរពថ្លែងអំណរគុណអស់ពីដួងចិត្តចំពោះ

-លោកអ្នកដ៏មានគុណទាំងពីរគឺ **លោកឪពុក អ្នកម្តាយ** ដែលបានបង្កើត រូបកូនជាពិសេសបំផុតគឺអ្នកម្តាយដែលតែងតែរំលឹករំលងរត់រង តស៊ូព្យាយាម ពុះពោរ ជំនះគ្រប់ឧបសគ្គក្នុងការបិទបិទចែរក្សា និងជួយគ្រប់បែបយ៉ាងទាំងស្រុង និង សំភារដល់កូនតាំងពីកើត រហូតមកដល់រូបកូន បានបញ្ចប់ការសិក្សា និងទទួលបាន ជោគជ័យក្នុងការងារ។

-**លោកយាយ លោកតា លោកពូ អ្នកមីម** បងប្អូនញាតិសន្តាន និងមិត្តភក្តិ ប្រុសស្រីទាំងអស់ ដែលបានចូលរួមផ្តល់កំលាំងកាយចិត្ត និងការចូលរួមណែនាំ ផ្តល់ជាយោបល់ល្អៗ ដើម្បីកែលំអររាល់ចំណុចខុសឆ្គង និងការខ្វះខាតទាំងឡាយ។

-**លោកនាយក-នាយករង** នៃអនុវិទ្យាល័យសោហ៊ី ដែលបានផ្តល់ឱកាស ក្នុងការស្រាវជ្រាវចងក្រងនេះ ឡើងដើម្បីទុកជា ឯកសារតំកល់ទុកក្នុង បណ្ណាល័យនិងផ្សព្វផ្សាយ បន្ត ជាពិសេសលោកគ្រូ អ្នកគ្រូដែលបាន បង្រៀន ដល់រូប យើងខ្ញុំ តាំងពីព្យញ្ជនៈ ក ដល់ អ និងតាំងពីស្រៈ « អ » ៣ ០ ០ ដល់ស្រៈ ពោះ ព្រមទាំងលេខ 0 ,1 ,2 ,3 ,4 ,5 , 6 ,7 ,8 ,9 ។

-លោកគ្រូ **សឹម ផល្គុន** ដែលបានចំណាយពេលវេលា ដ៏មានតម្លៃសហការចងក្រងជួយណែនាំជ្រោមជ្រែងលើកទឹកចិត្តដើម្បីអោយសៀវភៅនេះ ប្រកបដោយជោគជ័យ។

-យើងខ្ញុំសូមឧទ្ទិសចំពោះស្នាដៃនេះសំរាប់ជីវិតយើងខ្ញុំ និងសូមជូន
ចំពោះ វិញ្ញាណក្ខន្ធ ជីដូនជីតា បុព្វបុរស លោក លោកស្រី ជាពិសេស
ប្អូនប្រុសជាទីស្រឡាញ់ ដែលបានទទួលមរណភាពថ្មីៗនេះផងដែរ។

-យើងខ្ញុំសូមបង្គំសង្ឃឹមដល់អស់ លោក លោកស្រីដែលបានរៀបរាប់
ខាងលើក្តី មិនបានរៀបរាប់ខាងលើក្តី សូមជួបប្រទះតែ សេចក្តីសុខចម្រើន
ជាច្រើនដរាបទៅ។



អារម្ភកថា

ស្នូលប្តូរ និងមិត្តអ្នកសិក្សា ស្រាវជ្រាវទាំងអស់ជាទីមេត្រី !!

សៀវភៅសិល្បៈនៃការគិតគណិតវិទ្យា ភាគ ១ ដែលបានបង្កើតឡើងនេះ ជាគន្លឹះនៃការគិតបែបរហ័ស ជួយសំរួលក្នុងការដោះស្រាយ លំហាត់ដោយមិនចាំបាច់ប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខដោយគ្រាន់តែ ចំណាយ ពេលវេលាសៀវភៅនេះអោយយល់ និងជាទុនមួយ ផ្នែកទៀត សំរាប់ សិស្សពូកែដែលចូលចិត្តគិតអ្វីដែលប្លែក រហ័ស និងមានភាពជឿជាក់លើសមត្ថភាពនៃការគិតបែបទំនើប។

ម្យ៉ាងវិញទៀត សៀវភៅដែលបានចងក្រងមក នេះជាស្នាដៃលើកទី ១ ដែលស្តែងចេញពីការខិតខំស្រាវជ្រាវតាមរយៈ **ឯកសារបរទេស ជាភាសាអង់គ្លេស** និងតាមរយៈ**អ៊ិនធើណិត** យកមករៀបចំ តាមលំដាប់ លំដោយនៃជំពូកនីមួយៗ និងមានការដកស្រង់ **លំហាត់សិស្សពូកែ** ដែលធ្លាប់ប្រឡងប្រចាំខេត្ត ទូទាំងប្រទេស និងលំហាត់ **ប្រឡងជាលក្ខណៈអន្តរជាតិ** មួយចំនួនផងដែរ។ មិនតែប៉ុណ្ណោះ នៅក្នុង ជំពូកនីមួយៗមានលំហាត់អនុវត្តន៍ដែលមាន ដំណោះស្រាយ នៅផ្នែកខាងក្រោយនៃសៀវភៅទៀតផង។

ទោះជាយ៉ាងណា ក៏ខ្ញុំជឿជាក់ថា ស្នាដៃនេះមិនទាន់បានសុក្រឹត 100% ដែរដូចនេះយើងខ្ញុំសូមអរគុណស្រីយទុកជាមុនចំពោះចំណុចខ្លះខាត ទាំងឡាយ និងសូមលោកគ្រូ អ្នកគ្រូ ព្រមទាំងប្តូរ និងអ្នក សិក្សាស្រាវជ្រាវទាំងអស់ ជួយរិះគន់ក្នុងន័យស្ថាបនា ដើម្បីអោយការ និពន្ធរបស់ យើងខ្ញុំកាន់ តែមានភាពសុក្រឹត។

ទីបញ្ចប់យើងខ្ញុំ សូមជូនពរដល់អ្នកចូលចិត្តសិក្សា ស្រាវជ្រាវ ទាំងអស់ទទួលបានភាពជោគជ័យក្នុងជីវិត និងមានសុខភាពល្អ។

សៅហ្មឺ, ថ្ងៃទី ០៨ ខែ មីនា ឆ្នាំ 2010

រៀបរៀងដោយ

លីម ផល្គុន និង អ៊ីវ សំណាវ

(092 200 672)

មាតិកា

ចំណាងជើង

ទំព័រ

ជំពូក ១ ការកែលម្អយចំនួន1-23.

(Quick Squaring)

A- ចំនួនដែលនៅក្បែរគោល 10^n 1

A₁- លំហាត់អនុវត្តន៍5

B- ចំនួនដែលមិននៅក្បែរគោល 10^n 5

B₁- លំហាត់អនុវត្តន៍9

C- ការប្រើវិធីសាស្ត្រ Duplex10

C₁- លំហាត់អនុវត្តន៍15

D- ការពិសោធ 15

a- ចំនួនដែលមានលេខខាងចុង 515

b- ចំនួនដែលចាប់ផ្តើមដោយលេខ 516

c- ចំនួនដែលមានលេខខាងចុង 120

d- ចំនួនដែលមានលេខខាងចុង 922

D₁- លំហាត់អនុវត្តន៍23

ជំពូក ២ បូសការកែលម្អយចំនួន24-39

(Quick Square Roots)

A- បូសការប្រាកដ26

A₂- លំហាត់អនុវត្តន៍35

B- បូសការេមិនប្រាកដ រឺ បូសការេប្រហែល	36
B ₂ - លំហាត់អនុវត្តន៍	39

ជំពូក ៣ គូបនៃមួយចំនួន40-48

(Quick Cube)

A- គូបនៃមួយចំនួនដែលមាន ២ខ្ទង់	40
A ₃ - លំហាត់អនុវត្តន៍	43
B- គូបនៃមួយចំនួនដែលនៅក្បែរគោល 10^n	43
B ₃ - លំហាត់អនុវត្តន៍	48

ជំពូក ៤ បូសគូបនៃមួយចំនួន49-63

(Cube Roots)

A- បូសគូបនៃចំនួនដែលមានមិនលើសពី 6 ខ្ទង់	49
A ₄ - លំហាត់អនុវត្តន៍	52
B- បូសគូបនៃចំនួនទូទៅ	52
B ₄ - លំហាត់អនុវត្តន៍	63

ជំពូក ៥ ការរកំណត់លេខចុងក្រោយ64-76

(Finding the last digit)

A- របៀបរកលេខចុងក្រោយនៃចំនួនទម្រង់ a^b	64
$1 < a \leq 9$	
A ₅ - លំហាត់អនុវត្តន៍	71
B- របៀបរកលេខចុងក្រោយនៃចំនួនទម្រង់ N^k	71
B ₅ - លំហាត់អនុវត្តន៍.....	76

ជំពូក ៦ តារាងចែកដាច់នៃមួយចំនួន 77-83

(Divisibility rules of Some intergers)

A- វិធីចែកអគ្គិតក្នុងសំណុំ \mathbb{N} 78

A₆- លំហាត់អនុវត្តន៍80

B- របៀបរកសំណល់នៃវិធីចែក 80

B₆- លំហាត់អនុវត្តន៍83

ជំពូក ៧ កំសាន្តគណិតវិទ្យា84-101

(Game of Mathematics)

A- ការបង្ហាញ The Magic 108984

B - របៀបរកលេខដែលលាក់មួយខ្ទង់86

B₇- លំហាត់អនុវត្តន៍88

C- ការបង្ហាញពី Magic Squares88

C₇- លំហាត់អនុវត្តន៍93

D- ការកំណត់ថ្ងៃនៃសប្តាហ៍93

D₇- លំហាត់អនុវត្តន៍101

ផ្នែកចម្លើយ102-132

លំហាត់ត្រូវរៀនបន្ថែម133-142

ឯកសារយោង



ជំពូក ១

ការងារមួយចំនួន

Quick Squaring



ការវែនមួយចំនួន
(Quick Squaring)

បច្ចេកទេសគណនាលេខរហ័សមានសារៈសំខាន់ណាស់នៅក្នុងបរិបទនាសម័យទំនើបនេះ ពីព្រោះថា បើយើងគណនាល្បឿនវាអាចចំនេញពេលវេលារហូតដល់ ៥០% ហើយដំណើរនៃការគណនាលេខនេះងាយ ស្រួលនៅក្នុងការចងចាំ និង មានភាពជឿជាក់ ១០០% ផងដែរ។

ឧទាហរណ៍ ១ : គណនា $214^2 = 45796$

ជាបន្តទៀតនឹងមានការបកស្រាយអំពីការគណនាការវែនមួយចំនួនដោយប្រើវិធីសាស្ត្រជាច្រើនប្លែកៗ ពីគ្នាទៅតាមលក្ខណៈនៃលេខនោះ។

A - ចំនួនដែលនៅក្បែរគោល 10^n (number near to a base)

វិធីសាស្ត្រក្នុងការលើកជាការវែនចំនួនមួយដែលនៅជុំវិញ 100 , 1000 , 10000 , មានដូចខាងក្រោម :

(ឧ. គណនា 97^2)

- ១. ត្រូវកំណត់អំពីចំនួនដែលត្រូវលើស រឺ ខ្វះ
(97 បានន័យថាខ្វះ 3 ស្មើ 100)

គេសរសេរ ផ្នែកទី ១ : $97 - 3 = 94$ បានន័យថា ខ្លះ (-)

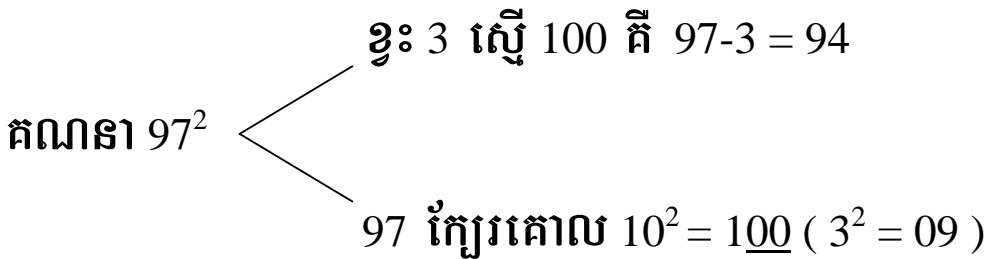
ចំនែកឯលើស (+)

២. យកចំនួនដែលលើសវិ ខ្លះលើកជាការ

គេសរសេរ ផ្នែកទី ២ : $3^2 = 9$ ដោយ ចំនួននោះ កៀក
ទៅខាង $100 = 10^2$ គេត្រូវសរសេរពីរខ្ទង់គឺ $3^2 = 09$ ។

៣. ចុងបញ្ចប់គេបានលទ្ធផល $97^2 = 97-3 / 09 = 9409$

ខាងក្រោមនេះជាការបកស្រាយដើម្បីឱ្យងាយចងចាំ :



លទ្ធផលគឺ $97^2 = 9409$, ដូច្នោះ $97^2 = 9409$

ឧទាហរណ៍ ២ : គណនា 108^2

- កំណត់ចំនួនលើសវិ ខ្លះ នៃគោល 100 គឺ 108

មានន័យថា 100 លើស 8 ដោយលើសមានន័យថាបូក (+)

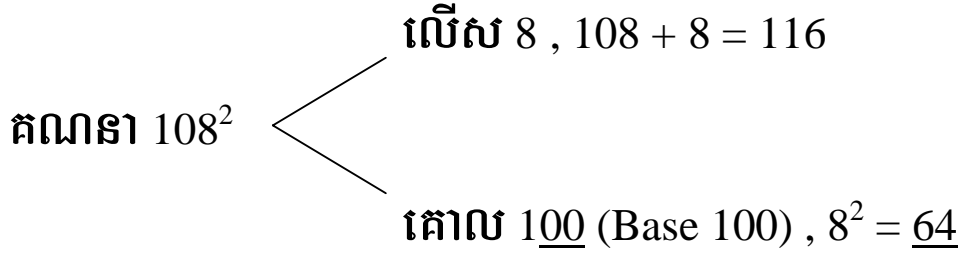
គេបានលទ្ធផលនៅផ្នែកខាងធ្វេងគឺ : $108 + 8 = 116$

- យកចំនួនលើស វិ ខ្លះ លើកជាការ

គេបាន លទ្ធផលនៅផ្នែកខាងស្តាំគឺ : $8^2 = 64$ (Base 100)

$108^2 = 108+8 / 64 = 11664$

បកស្រាយបន្ថែម :



ដូច្នោះ: $108^2 = 11664$

ឧទាហរណ៍ ៣ : គណនា 88^2

- 88 មានន័យថាខ្លះ 12 ស្មើ 100

គេបាន : $88-12 = 76$

- ដោយ 88 ខ្លះ 12 ស្មើ 100 (Base100)

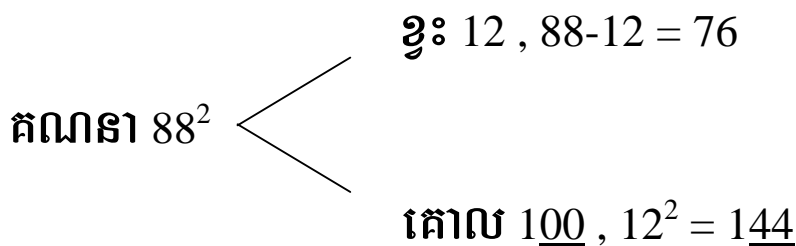
គេបាន : $12^2 = \underline{144}$

លទ្ធផលនៅផ្នែកខាងស្តាំត្រូវតែមានពីរខ្ទង់ ព្រោះមាន

គោល $100 = 10^2$ ។

$88^2 = 88-12 / 144 = 76 / 144 = 76+1/44 = 7744$

បកស្រាយបន្ថែម :



$88^2 = 76 / 144 = 76+1/44 = 7744$

ដូច្នោះ: $88^2 = 7744$

ចំនាំ (Note): លើស (+) , ខ្វះ (-)

- ផ្នែកខាងធ្វេង : លើស (+) , ខ្វះ (-)

- ផ្នែកខាងស្តាំ : យកចំនួនលើសរឺខ្វះលើកជាការ
ដោយពិនិត្យមើលគោល :

- បើគោល 10^2 មាន 2 ខ្ទង់នៅផ្នែកខាងស្តាំ
- បើគោល 10^3 មាន 3 ខ្ទង់នៅផ្នែកខាងស្តាំ
- បើគោល 10^4 មាន 4 ខ្ទង់នៅផ្នែកខាងស្តាំ
-
- បើគោល 10^n មាន n ខ្ទង់នៅផ្នែកខាងស្តាំ

ឧទាហរណ៍ខាងក្រោមនេះជាដំណើរការនៃការគណនាងាយស្រួល
ក្នុងការចងចាំហើយត្រូវបានបកស្រាយតែមួយបន្ទាត់ តែប៉ុណ្ណោះ ។

$$98^2 = 98-2 / 04 = 9604$$

$$86^2 = 86-14 / 196 = 72+1/96 = 7396 \text{ (Base 100)}$$

$$998^2 = 998-2 / 004 = 996004$$

$$989^2 = 989-11/121 = 978/121 = 978121$$

$$104^2 = 104+4 / 16 = 10816$$

$$1015^2 = 1015+15 / 225 = 1030225$$

$$79^2 = 79-21/441 = 58 / 441 = 58+4 / 41 = 6241$$

$$965^2 = 965-35/1225 = 930 / 1225 = 930+1/225 = 931225$$

$$113^2 = 113+13 / 169 = 126/169 = 126+1/69 = 12769$$

$9991^2 = 9991-9 / 0081 = 99820081$

$99989^2 = 99989-11/00121 = 9997800121$ (Base 10^5)

A₁. លំហាត់អនុវត្តន៍ : គណនាការវែងចំនួនខាងក្រោម :

a- 96	f- 9979	k- 99999983
b- 103	g- 899	l- 10000111
c- 121	h- 10015	m- 1009
d- 996	i- 9987	n- 99997
e- 1013	j- 9999	o- 999979

B. ចំនួនដែលមិននៅក្បែរគោល 10^n

(number not near to a base)

ទន្ទឹមនឹងនោះដែរ ចំនួនដែលមិននៅក្បែរ 100, 1000, 10000

..... គេក៏អាចគណនា រហ័សបានដែរដោយ ការជ្រើសរើស

ពហុគុណ រឺ អនុពហុគុណនៃចំនួន 100 , 1000 , 10000

(បានន័យថាយក 100, 1000, 10000 ចែកនឹង 2)

សង្កេត : 47 ជាចំនួនដែលនៅក្បែរ 50 ដែល $50 = \frac{100}{2}$

or $50 = 10 \times 5$

509 ជាចំនួនដែលនៅក្បែរ 500 ដែល $500 = \frac{1000}{2}$

or $500 = 100 \times 5$

ឧទាហរណ៍១ : គណនា 49^2

ការបកស្រាយ : 49 ជាចំនួនដែលនៅក្បែរ 50 , ដែល $50 = \frac{100}{2}$

1 ជាចំនួនខ្វះ (-) ទៅលើ 49 ស្មើ 50

គេបានលទ្ធផលចែកចេញជាពីរផ្នែកគឺ :

- ផ្នែកខាងធ្វេង : $49-1 / 2 = 48 / 2 = 24$
- ផ្នែកខាងស្តាំ : យកចំនួនដែលលើសវិញខ្វះលើកជាការគិត

$$1^2 = 1 \text{ ដោយវាមាន Base } \frac{100}{2} = \frac{10^2}{2}$$

$$\text{គេបាន : } 1^2 = 01$$

$$49^2 = \frac{(49-1)}{2} / 1^2 = 24 / 01 = 2401$$

ផ្នែកខាងធ្វេង ← → ផ្នែកខាងស្តាំ Base $\frac{10^2}{2}$

ដូច្នេះ

$49^2 = 2401$

ខាងក្រោមជាការបកស្រាយជាការសាងសង់គ្មេស

Squaring of 49		Take 50 = 10x5 base
49 -1		50+(-1)=49
49+(-1) 1		Add -1 to 49 square 1 write as 1
48 48x5 1		IMPORTANT: multiply the first part by 5 to get final answer
2401		Same as above

ឧទាហរណ៍ ២ : គណនា 3999982^2

ការបកស្រាយ : 3999982 ជាចំនួនដែលនៅក្បែរ $4000000 = 4 \times 10^6$

ដែល 4000000 ជាពហុគុណនៃ 4 ។

18 ជាចំនួនខ្វះ (-) ទៅលើ 3999982 ស្មើ 4×10^6

គេបាន :

- ផ្នែកខាងធ្វេង : $(3999982-18) \times 4 = 3999964 \times 4 = 15999856$

- ផ្នែកខាងស្តាំ : យក $18^2 = 324$ មាន $\text{Base } 10^6 \times 4$

បញ្ជាក់ថាមានលេខ 6 ខ្ទង់នៅផ្នែកខាងស្តាំនៃចម្លើយគឺ :

$$\begin{aligned} 18^2 &= 000324 \\ 3999982^2 &= (3999982 - 18) \times 4 / 18^2 = 15999856 / 000324 \\ &= 15999856000324 \quad (\text{Base } 4000000 = 10^6 \times 4) \end{aligned}$$

ដូច្នេះ: $3999982^2 = 15999856000324$

ឧទាហរណ៍ ៣ : គណនា 398^2

ការបកស្រាយ : 398 ជាចំនួនដែលនៅក្បែរ $400 = 4 \times 10^2$

ដែល 400 ជាពហុគុណនៃ 4 ។

2 ជាចំនួនខ្វះ (-) ទៅលើ 398 ស្មើ 4×10^2

គេបានលទ្ធផល :

- ផ្នែកខាងធ្វេង : $(398-2) \times 4$ (ជាពហុគុណនៃ 4) $= 396 \times 4 = 1584$

- ផ្នែកខាងស្តាំ : យក $2^2 = 4$ មាន Base $10^2 \times 4$

បញ្ជាក់ថាផ្នែកខាងស្តាំ មានលេខ 2 ខ្ទង់ គឺ : $2^2 = 04$

$$398^2 = (398 - 2) \times 4 / 2^2 = 396 \times 4 / 04$$

$$= 158404 \text{ (Base } 400 = 10^2 \times 4 \text{)}$$

ដូច្នោះ $398^2 = 158404$

ក្នុងការគណនាវិធីសាស្ត្រនេះ យើងសម្រេចចិត្ត ជ្រើសរើស យកផលគុណ រឺ ផលចែកវាអាស្រ័យទៅលើលក្ខណៈនៃចំនួននោះ តើវានៅជិតពហុគុណនៃចំនួនណាមួយនឹង 100, 1000, 10000 ,....

រឺ នៅជិតផលចែកណាមួយណានៃ 100 , 1000, 10000 ,... នឹង 2 ។

ការជ្រើសរើសយកផលគុណ រឺផលចែកសំខាន់បំផុតគឺការ កំណត់ Base (គោល) ឱ្យបានត្រឹមត្រូវ ទើបលទ្ធផលនៅខាងធ្វេង មិនមាន ភាពស្មុគស្មាញ ។ ខាងក្រោមនេះ ជាឧទាហរណ៍ មួយ ចំនួនដែល ត្រូវបានដោះស្រាយតែមួយបន្ទាត់តែប៉ុណ្ណោះ ។

$$32^2 = (32+2) \times 3 / 2^2 = 1024 \text{ (Base } 30 = 10 \times 3 \text{)}$$

$$19^2 = (19-1) \times 2 / 1^2 = 361 \text{ (Base } 20 = 10 \times 2 \text{)}$$

$$58^2 = (58-2) \times 6 / 2^2 = 336 / 4 = 3664 \text{ (Base } 60 = 10 \times 6 \text{)}$$

$$7^2 = (58+8)/2 / 8^2 = 33 / 64 = 3364 \text{ (Base } 100/2 \text{)}$$

$$387^2 = (387-13) \times 4 / 13^2 = 374 \times 4 / 169 = 1496 / 169$$

$$= 1496+1 / 69 = 149769 \text{ (Base } 400 = 4 \times 10^2 \text{)}$$

$$498^2 = (498-2) \times 5 / 2^2 = 2480 / 04$$

$$= 248004 \quad (\text{Base } 500 = 5 \times 100)$$

$$i = (498-2)/2 / 2^2 = 248 / 004 = 248004$$

(Base 500 = 1000/2)

$$253^2 = (253+3)/4/3^2 = 64/009 = 64009 (\text{Base } 250 = 1000/4)$$

$$2021^2 = (2021+21) \times 2 / 21^2 = 4084/441 = 4084441$$

(Base 2000 = 2 × 10³)

$$2010^2 = (2010+10) \times 2 / 10^2 = 4040/100 = 4040100$$

(Base 2000 = 10³ x 2)

$$4996^2 = (4996-4) \times 5 / 4^2 = 24960016 / 16 (\text{Base } 5000 = 10^3 \times 5)$$

$$4997^2 = (4997-3) \times 5 / 3^2 = 24970/009 = 24970009$$

(Base 5000 = 5 × 10³)

$$6992^2 = (6992-8) \times 7 / 8^2 = 48888 / 064 = 48888064$$

(Base 7000 = 7 × 10³)

B₁. លំហាត់អនុវត្តន៍ : គណនាការវែនចំនួនខាងក្រោម :		
a- 68	e- 699	i- 20032
b- 208	f- 789	j- 8023
c- 315	g- 7987	k- 6012
d- 298	h- 6987	l- 89997

C. ការប្រើវិធីសាស្ត្រ Duplex (Squaring using Duplex)

វិធីសាស្ត្រ Duplex ជាវិធីសាស្ត្រមួយដែលត្រូវបាន
 គេប្រើប្រាស់លក្ខណៈជាទូទៅ ចំពោះការវែងមួយចំនួនដោយគ្មាន
 គិតលក្ខណៈនៃលេខពិសេសណាមួយឡើយ ទោះបីជាចំនួននោះ
 មាន n ខ្ទង់ក៏ដោយ គឺ គេបាន ប្រើប្រាស់រូបមន្ត ខាងក្រោមជា
 មូលដ្ឋាន ក្នុងការគណនាឱ្យរហ័ស :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

ការប្រើប្រាស់វិធីសាស្ត្រ Duplex ត្រូវបានបែងចែកជាពីរ លក្ខណៈ
លក្ខណៈទី ១ : ចំនួនខ្ទង់នៃលេខទាំងនោះជាចំនួនសេស គឺ យើង
 យកចំនួនខ្ទង់ដែលនៅកណ្តាលលើកជាការហើយ បូក 2 ដងនៃ
 ផលគុណលេខ ដែលនៅសងខាងតាមលំដាប់ជាបន្តបន្ទាប់ ។

ឧ. គណនា D(314) , 314 ចំនួនមានខ្ទង់ជាចំនួនសេស
 ដែលមានលេខកណ្តាល គឺ មានលេខ 1 ហើយលេខនៅ
 សងខាង គឺ លេខ 3 និង 4 ។

$$\begin{aligned} \text{គេបាន : } D(314) &= 1^2 + 2 \times 3 \times 4 = 25 \\ D(25345) &= 3^2 + 2(2 \times 5 + 5 \times 4) = 69 \end{aligned}$$

លក្ខណៈទី ២ : ចំនួនខ្ទង់នៃលេខទាំងនោះជាចំនួនគូគឺយើងគ្រាន់
 តែ យក 2 ដងនៃផលគុណ លេខដែល នៅសងខាងគ្នាបូក គ្នាបន្ត
 បន្ទាប់រហូតដល់អស់ ។

ឧទាហរណ៍ : $D (3241) ; 3241$ ចំនួនខ្ទង់ជាចំនួនគូ

$$D (3241) = 2 \times (3 \times 1 + 2 \times 4) = 22$$

$$D (42) = 2 \times 4 \times 2 = 16$$

ចំណាំ :

ការវែន n ខ្ទង់ លទ្ធផលវាមានចំនួនខ្ទង់ត្រូវស្មើ $2n$ រឺ $2n-1$

ក្នុងវិធីសាស្ត្រ D យើងត្រូវគិត ទៅលើការបន្ថែម ខ្ទង់នៃចំនួននោះដើម្បីឱ្យស្មើ $2n$ រឺ $2n-1$ ដោយប្រើលេខសូន្យ រឺ ចំនុចមូលក្នុង ការសំគាល់ ។ ការប្រើវិធីសាស្ត្រ នេះក្នុងការ គណនា ការវែនមួយចំនួន យើងត្រូវសរសេរដេញពីខាងស្តាំទៅវិញងាយ ស្រួលក្នុងការត្រាទុក ។

ឧទាហរណ៍ ១ : គណនា 223^2 ដោយប្រើវិធីសាស្ត្រ D

ប្រើវិធីសាស្ត្រ D ចំនួនខ្ទង់នៃ 223 មាន 3 ខ្ទង់នោះ លទ្ធផលរបស់វាប្រាកដជាមាន 6 ខ្ទង់ រឺ 5 ខ្ទង់នោះត្រូវបន្ថែម លេខសូន្យចំនួនពីរនៅពីមុខចំនួននោះ ។

គេសរសេរ : $223^2 = 00223^2$ (តាមវិធីសាស្ត្រ D)

គេបាន : $D (3) = 3^2 = 9$

$$D (23) = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$D (223) = 2^2 + 2 \times 2 \times 3 = 16$$

$$D (0223) = 2 (0 \times 3 + 2 \times 2) = 8$$

$$D (00223) = 2^2 + 2 (0 \times 3 + 0 \times 2) = 4$$

គេបានចម្លើយគឺ:

$$223^2 = 48\ 16\ 12\ 9 = 49729 \text{ (ត្រាទុកពីស្តាំទៅឆ្វេង)}$$

ដូច្នោះ

$223^2 = 49729$

ឧទាហរណ៍ ២ : គណនា 723^2

យើងត្រូវបន្ថែមលេខសូន្យចំនួនពីរ 00 នៅពីមុខ 723 ដើម្បីឱ្យបាន 5 ខ្ទង់ព្រោះការវែន n ខ្ទង់លទ្ធផលវាមានចំនួនខ្ទង់ស្មើ $2n$ រឺ $2n-1$ ។

គេបាន : $723^2 = 00723^2$ (តាមវិធីសាស្ត្រ D)

$$D (3) = 3^2 = 9$$

$$D (23) = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$D (723) = 2^2 + 2 \times 7 \times 3 = 46$$

$$D (0723) = 2 (0 \times 3 + 7 \times 2) = 28$$

$$D (00723) = 7^2 + 2 (0 \times 3 + 0 \times 2) = 49$$

គេបានចម្លើយគឺ :

$$723^2 = 49\ 28\ 46\ 12\ 9 = 522729$$

ដូច្នោះ

$723^2 = 522729$

ឧទាហរណ៍ ៣ : គណនា 84792^2 ដោយប្រើវិធីសាស្ត្រ D

បកស្រាយ : 84792 មាន 5 ខ្ទង់ដើម្បីឱ្យបាន $2n$ ខ្ទង់ រឺ $2n-1$ ខ្ទង់

ត្រូវបន្ថែម លេខសូន្យចំនួន 4 នៅពីមុខ 84792 ។

គេសរសេរ : $84792^2 = 000084792^2$ (តាមវិធីសាស្ត្រ D)

គេបាន : $D(2) = 2^2 = 4$

$$D(92) = 2 \times 9 \times 2 = 36$$

$$D(792) = 9^2 + 2 \times 7 \times 2 = 81 + 28 = 109$$

$$D(4792) = 2(7 \times 9 + 2 \times 4) = 142$$

$$D(84792) = 7^2 + 2(8 \times 2 + 4 \times 9) = 153$$

$$D(084792) = 2(0 \times 2 + 8 \times 9 + 4 \times 7) = 200$$

$$D(0084792) = 4^2 + 2(0 \times 2 + 0 \times 9 + 8 \times 7) = 128$$

$$D(00084792) = 2(0 \times 2 + 0 \times 9 + 0 \times 7 + 8 \times 4) = 64$$

$$D(000084792) = 8^2 + 2(0 \times 2 + 0 \times 9 + 0 \times 7 + 0 \times 4) = 64$$

គេបានចម្លើយគឺ:

$$84792^2 = 64 \ 64 \ 128 \ 200 \ 153 \ 142 \ 109 \ 36 \ 4$$

(ត្រាទុកពីស្តាំទៅឆ្វេង)

$$= 7189683264$$

ដូច្នោះ

$84792^2 = 7189683264$

ខាងក្រោមនេះ គឺជាឧទាហរណ៍ ដែលត្រូវបាន គេដោះស្រាយ តែមួយបន្ទាត់ ចំនេញពេលវេលាងាយ មិនស្មុគស្មាញ ដោយប្រើ វិធីសាស្ត្រ D ។

$$335^2 = 00335^2 \Rightarrow 335^2 = 9\ 18\ 39\ 30\ 25 = 112225$$

$$676^2 = 00676^2 \Rightarrow 676^2 = 36\ 84\ 121\ 84\ 36 = 456976$$

$$2234^2 = 0002234^2 \Rightarrow 2234^2 = 48\ 16\ 28\ 25\ 24\ 16 = 4990756$$

បន្ទាប់មកទៀត ដើម្បីកុំឱ្យស្ទាក់ស្ទើរ ឱ្យកាន់តែមានទំនុកចិត្ត ទៅលើបញ្ហានេះ ចូរយើងដោះស្រាយ និងផ្ទៀងផ្ទាត់រួមគ្នានៅ ឧទាហរណ៍ខាងក្រោមនេះ :

$$347^2 = 00347^2 \Rightarrow 347^2 = 9\ 24\ 58\ 56\ 49 = 120409$$

$$413^2 = 00413^2 \Rightarrow 413^2 = 16\ 8\ 25\ 6\ 9 = 170569$$

$$773^2 = 00773^2 \Rightarrow 773^2 = 49\ 98\ 91\ 42\ 9 = 597529$$

$$2136^2 = 0002136^2 \Rightarrow 2136^2 = 4\ 4\ 13\ 30\ 21\ 36\ 36 = 4562496$$

$$395^2 = 00395^2 \Rightarrow 395^2 = 9\ 54\ 111\ 90\ 25 = 156025$$

$$849^2 = 00849^2 \Rightarrow 849^2 = 64\ 64\ 160\ 72\ 81 = 720801$$

$$3247^2 = 0003247^2 \Rightarrow 3247^2 = 9\ 12\ 28\ 58\ 44\ 56\ 49 = 10543009$$

$$53491^2 = 000053491^2 \Rightarrow 53491^2 = 25\ 30\ 49\ 114\ 80\ 78\ 89\ 18\ 1 \\ = 2861287081$$

$$4632^2 = 0004632^2 \Rightarrow 4632^2 = 16\ 48\ 60\ 52\ 33\ 12\ 4 \\ = 21455424$$

$$7693^2 = 0007693^2 \Rightarrow 7693^2 = 49\ 84\ 162\ 150\ 117\ 54\ 9 \\ = 59182249$$

C₁-លំហាត់អនុវត្តន៍ : គណនាការវែងចំនួនខាងក្រោម :		
a- 73	e- 206	i- 335
b- 288	f- 653	j- 779
c- 7141	g- 6507	k- 21313
d- 8617	h- 5538	l- 81347

D. ការពិសេស (Some Special Squares)

ការគណនាការវែងលេខពិសេស ត្រូវបានរកឃើញមានតែ ចំពោះ លេខដែលបញ្ចប់ដោយលេខ 5 , 1 , 9 និង លេខដែលចាប់ផ្តើមដោយលេខ 5 ។

a- ចំនួនដែលមានលេខខាងចុង 5

(For number ending with 5)

ចំពោះលេខដែលបញ្ចប់ដោយលេខ 5 ទោះបីជាពីរខ្ទង់បីខ្ទង់ នៅពេលលើកជាការវែងតែងតែបញ្ចប់ដោយលេខ 25 ជានិច្ច ។

គេអនុវត្តន៍ដូចខាងក្រោម :

ឧទាហរណ៍ ១ : គណនា 65²

- ពិនិត្យគ្រប់ខ្ទង់ដែលនៅពីមុខលេខ 5 គឺមានលេខ 6
- យកលេខដែលនៅពីមុខលេខ 5 បន្ថែម 1 ជានិច្ច (6+1 =7) រួចគុណនឹងលេខដែលនៅពីមុខលេខ 5 នោះ។ (6×7=42)
- លទ្ធផលត្រូវបានគេសរសេរ : 65² = 4225

ដូច្នោះ

$65^2 = 4225$

ឧទាហរណ៍ ២ : គណនា 725^2

- ពិនិត្យគ្រប់ខ្ទង់ដែលនៅពីមុខលេខ 5 គឺមានលេខ 72
- យកលេខដែលនៅពីមុខលេខ 5 បន្ថែម 1 ជានិច្ច($72+1=73$)
- រួចគុណនឹងលេខដែលនៅពីមុខលេខ 5 នោះ។ ($72 \times 73 = 5256$)
- លទ្ធផលត្រូវបានគេសរសេរ : $725^2 = 525625$

ដូច្នោះ

$$725^2 = 525625$$

ឧទាហរណ៍ ៣ : គណនា 455^2

- មានលេខនៅពីមុខ 5 ខាងចុងបន្ថែម 1 គឺ $45 + 1 = 46$
- ធ្វើផលគុណរវាង $45 \times 46 = 2070$
- $\Rightarrow 455^2 = 207025$

ដូច្នោះ

$$455^2 = 207025$$

b- ចំនួនដែលចាប់ផ្តើមដោយលេខ 5

(For number starting with 5)

ការគណនាការវែងដែលចាប់ផ្តើមដោយលេខ 5 មានសារៈសំខាន់ណាស់គឺ មានលក្ខណៈ ងាយស្រួល មិនចាំបាច់ប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ រហ័សទាន់ចិត្តហើយវិធីសាស្ត្រនេះត្រូវបានអនុវត្តដូចខាងក្រោម:

ឧទាហរណ៍ ១ : គណនា 59^2

ចំពោះការវែងពីរខ្ទង់ដែលចាប់ផ្តើមដោយលេខ 5

លទ្ធផលត្រូវបានបែងចែកជាពីរផ្នែកគឺ ផ្នែកខាងមុខពីរខ្ទង់ និង ផ្នែកខាងក្រោយពីរខ្ទង់ ។

- ផ្នែកខាងមុខពីរខ្ទង់បានមកពី $25 +$ ខ្ទង់បន្ទាប់ពីលេខ 5 គឺ $9 (25 + 9 = 34)$
- ផ្នែកខាងក្រោយពីរខ្ទង់បានមកពីការវែងខ្ទង់ចុងក្រោយ $9^2 = 81 (ការវែងខ្ទង់ចុងក្រោយ)$

លទ្ធផលត្រូវបានគេសរសេរ : $59^2 = 3481$

ដូច្នោះ: $59^2 = 3481$

ឧទាហរណ៍ ២ : គណនា 53^2

- ផ្នែកខាងមុខពីរខ្ទង់បានមកពី $25 +$ ខ្ទង់បន្ទាប់ពីលេខ 5 គឺ $3 (25 + 3 = 28)$
- ផ្នែកខាងក្រោយពីរខ្ទង់បានមកពីការវែងខ្ទង់ចុងក្រោយ $3^2 = 9$ ដើម្បីឱ្យបានផ្នែកខាងក្រោយពីរខ្ទង់គេសរសេរ : $3^2 = 09$

លទ្ធផលត្រូវបានគេសរសេរ : $53^2 = 2809$

ដូច្នោះ: $53^2 = 2809$

ចំពោះការវែងបីខ្ទង់ដែលចាប់ផ្តើមដោយលេខ 5

លទ្ធផលត្រូវបានបែងចែកជាពីរផ្នែកគឺ ផ្នែកខាងមុខបីខ្ទង់ និង ផ្នែកខាងក្រោយបីខ្ទង់ ។

ឧទាហរណ៍ ១ : គណនា 512^2

- ផ្នែកខាងមុខបីខ្ទង់បានមកពី $250 +$ ខ្ទង់បន្ទាប់ពីលេខ 5 គឺ 12 ($250 + 12 = 262$)
- ផ្នែកខាងក្រោយបីខ្ទង់បានមកពីការវែងពីរខ្ទង់បន្ទាប់ពីលេខ 5 គឺ $12^2 = 144$

លទ្ធផលត្រូវបានគេសរសេរ : $512^2 = 262144$

ដូច្នេះ: $512^2 = 262144$

ឧទាហរណ៍ ២ : គណនា 509^2

- ផ្នែកខាងមុខបីខ្ទង់បានមកពី $250 +$ ខ្ទង់បន្ទាប់ពីលេខ 5 គឺ 09 ($250 + 09 = 259$)
- ផ្នែកខាងក្រោយបីខ្ទង់បានមកពីការវែងពីរខ្ទង់បន្ទាប់ពី $9^2 = 81$ ដើម្បីឱ្យបានផ្នែកខាងក្រោយបីខ្ទង់ គេសរសេរ : $9^2 = 081$

លទ្ធផលត្រូវបានគេសរសេរ : $509^2 = 259081$

ដូច្នេះ: $509^2 = 259081$

ចំពោះការវែងបួនខ្ទង់ដែលចាប់ផ្តើមដោយលេខ 5

លទ្ធផលត្រូវបានបែងចែកជាពីរផ្នែកគឺ ផ្នែកខាងមុខបួនខ្ទង់ និង ផ្នែកខាងក្រោយបួនខ្ទង់ ។

ឧទាហរណ៍ ១ : គណនា 5111^2

- ផ្នែកខាងមុខបួនខ្ទង់គឺ $2500 + 111 = 2611$
- ផ្នែកខាងក្រោយបួនខ្ទង់គឺ $111^2 = 12321$

ដោយ 12321 មានប្រាំខ្ទង់ ដើម្បីឱ្យវានៅសល់បួនខ្ទង់ គេដកលេខពីខាងមុខគេមុខ 1 ខ្ទង់ គឺ 2321

យកលេខដែលដក 1 ខ្ទង់ទៅបន្ថែមឱ្យផ្នែកឱ្យផ្នែកខាងមុខ គេបាន : $2611 + 1 = 2612$

លទ្ធផលត្រូវបានគេសរសេរ : $5111^2 = 26122321$

ដូច្នោះ : $5111^2 = 26122321$

ឧទាហរណ៍ ២ : គណនា 5013^2

- ផ្នែកខាងមុខបួនខ្ទង់គឺ $2500 + 13 = 2513$
 - ផ្នែកខាងក្រោយបួនខ្ទង់គឺ $13^2 = 0169$
- $\Rightarrow 5013^2 = 25130169$

ដូច្នោះ : $5013^2 = 25130169$

សំគាល់ : ការវែនដែលចាប់ផ្តើមដោយលេខ 5 ដែលមាន :

- ពីរខ្ទង់ : ផ្នែកខាងមុខពីរខ្ទង់គឺ 25 + ខ្ទង់បន្ទាប់ពីលេខ 5
- បីខ្ទង់ : ផ្នែកខាងមុខបីខ្ទង់គឺ 250 + ខ្ទង់បន្ទាប់ពីលេខ 5
- បួនខ្ទង់ : ផ្នែកខាងមុខបួនខ្ទង់គឺ 2500+ ខ្ទង់បន្ទាប់ពីលេខ 5
- ប្រាំខ្ទង់ : ផ្នែកខាងមុខប្រាំខ្ទង់គឺ 25000+ ខ្ទង់បន្ទាប់ពីលេខ 5

ខាងក្រោមនេះជាឧទាហរណ៍មួយចំនួននៃការវែនដែលចាប់ផ្តើមដោយ 5 ត្រូវបានគេដោះស្រាយតែមួយបន្ទាត់ប៉ុណ្ណោះ :

$$53^2 = 25+3 / 09 = 2809$$

$$512^2 = 250 + 12 / 12^2 = 262/144 = 262144$$

$$5014^2 = 2500 + 014 / 14^2 = 2514/0196 = 25140196$$

c- ចំនួនដែលមានលេខខាងចុង 1

(For number ending with 1)

ការគណនាការវែនដែលបញ្ចប់ដោយលេខ1 តាមទម្លាប់ភាគច្រើនមិនត្រូវបានគេចាប់អារម្មណ៍ប៉ុន្មានទេ ប៉ុន្តែសម័យបច្ចុប្បន្ននេះត្រូវបានគេយកមកសិក្សាតាមបែបលក្ខណៈងាយៗ ។ ខាងក្រោមនេះគឺជា ឧទាហរណ៍នៃការវែនដែលបញ្ចប់ដោយលេខ 1 ។

ឧទាហរណ៍ ១ : គណនា 31^2

- ដំបូងធ្វើផលដក 1 ពី 31 ដើម្បីឱ្យមានលេខខាងចុង 0

ងាយស្រួលលើកជាការេ គេបាន : $30^2 = 900$

- យក $30 + 31 = 61$ រួចបូកជាមួយ $900 (30^2)$

$\Rightarrow 31^2 = 900 + 61 = 961$ ដូច្នេះ $31^2 = 961$

ឧទាហរណ៍ ២ : គណនា 71^2

- យក $71 - 1 = 70 \Rightarrow 70^2 = 4900$

- យក $70 + 71 = 141$

$\Rightarrow 71^2 = 4900 + 141 = 5041$

ដូច្នេះ $71^2 = 5041$

ឧទាហរណ៍ ៣ : គណនា 121^2

- យក $121 - 1 = 120 \Rightarrow 120^2 = 14400$

- យក $120 + 121 = 241$

$\Rightarrow 121^2 = 14400 + 241 = 14641$

ដូច្នេះ $121^2 = 146141$

ពិនិត្យរូបមន្ត : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

គេបាន : $(a + b)^2 = a^2 + ab + (ab + b^2)$

ដោយ $b = 1 \Rightarrow$ $(a + 1)^2 = a^2 + a + (a + 1)$

d- ចំនួនដែលមានលេខខាងចុង 9

(For number ending with 9)

ពិនិត្យរូបមន្ត : $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

គេបាន : $(a - b)^2 = a^2 - ab - ab + b^2$

$\Rightarrow (a - b)^2 = a^2 - [ab + (ab - b^2)]$

ដោយ $b = 1 \Rightarrow \boxed{(a - 1)^2 = a^2 - [a + (a - 1)]}$

ឧទាហរណ៍ ១ : គណនា 29^2

- ដំបូងយើងធ្វើផលបូក 1 ទៅ 29 ដើម្បីឱ្យមានលេខខាង

ចុង 0 ងាយ ស្រួលលើកជាការគេបាន : $30^2 = 900$

- យក $30 + 29 = 59$ រួចធ្វើផលដក $30^2 = 900$ នឹង 59

$\Rightarrow 29^2 = 900 - 59 = 841$

ដូច្នេះ: $\boxed{29^2 = 841}$

ឧទាហរណ៍ ២ : គណនា 119^2

- យក $119 + 1 = 120 \Rightarrow 120^2 = 14400$

- យក $119 + 120 = 239$

$\Rightarrow 119^2 = 14400 - 239 = 14161$

ដូច្នេះ: $\boxed{119^2 = 14161}$

D₁. លំហាត់អនុវត្តន៍: គណនាការវែងមួយចំនួនខាងក្រោម :		
a- 54	e- 139	i- 591
b- 115	f- 121	j- 149
c- 520	g- 50021	k- 309
d- 79	h- 175	l- 1109

«ការធ្វើដំណើររាប់ពាន់គឺឡើយម៉ែត្រសុទ្ធចែតត្រូវ
 ចាប់ផ្តើមពីមួយដំហានទៅ។
 ការចាប់ផ្តើមគឺជាផ្នែកដ៏មានសារៈសំខាន់
 បំផុតនៃការងារណាមួយ។»

ជំពូក ២

ប្រសិទ្ធភាពនៃមួយចំនួន

Quick Square Roots



បូសការេ នៃមួយចំនួន
(Quick Square Roots)

ការគណនាបូសការេនៃមួយចំនួនត្រូវបានគេបែងចែកជា
ពីរផ្នែកគឺ : បូសការេមិនប្រាកដ និង បូសការេប្រាកដ ។

ឧទាហរណ៍ : $\sqrt{121} = \sqrt{11^2} = 11$ (បូសការេប្រាកដ)

$\sqrt{7} \approx \sqrt{2.645^2} \approx 2.645$ (បូសការេមិនប្រាកដ)

- បូសការេប្រាកដ ជាបូសការេទាំងឡាយណាដែលមានលទ្ធផល វាជាចំនួនគត់ ។
- បូសការេមិនប្រាកដជា បូសការេទាំងឡាយណាដែលលទ្ធផលវាចំនួនទសភាគ ។

ការគណនាបូសការេគឺមានក្បួនជាក់លាក់ដែលត្រូវបាន

អនុវត្តដូចខាងក្រោម :

- ចំនួនខ្ទង់នៃលទ្ធផល បូសការេស្មើនឹងចំនួនខ្ទង់នៃវ៉ាន់ខ្ទង់ចែកនឹង 2 មានន័យថាវិសការេមាន n ខ្ទង់នោះលទ្ធផលមាន $n \div 2$ (n គូ) រឺ $(n+1) \div 2$ (n សេស) ខ្ទង់ ។
- ការប្រាកដមិនមានលេខខាងចុង 2 ;3 ;7 រឺ 8 ឡើយ ។

- 1 ;5 ;6 ; 0 ជាលេខខ្ទង់ចុងក្រោយនៃចំនួន ទាំងនោះ

លើកជាការេ ។

(e.g $11^2 = 121$; $25^2 = 625$; $36^2 = 1296$; $10^2 = 100$)

- ការេនៃចំនួនដែលមានលេខខាងចុង 1 និង 9 ; 2

និង 8 ; 3 និង 7 ; 4 និង 6 លទ្ធផលវាមានលេខចុង

ក្រោយដូចគ្នា ។

(e.g $11^2 = 121$ និង $29^2 = 841$; $12^2 = 144$ និង $18^2 = 324$; ...)

ចំនួនមិនមែនជាការេប្រាកដ ប្រសិនបើ :

(A number can not be an exact square)

- វាមានលេខខាងចុង 2 ; 3 ; 7 រឺ 8

(e.g 192 ; 563 ; 738 ;)

- វាមានលេខ 0 ជាចំនួនសេសនៅខាងចុង

(e.g 5000 ; 25000 ; 150 ; 3600000)

- ខ្ទង់ចុងក្រោយរបស់វាគឺលេខ 6 ហើយបន្ទាប់ពីខ្ទង់

ចុងក្រោយជាចំនួនគូ :

(e.g 2746 ; 8126 ; 25046 ;)

- ខ្ទង់ចុងក្រោយរបស់វាមិនមែនជាលេខ 6 ហើយ

បន្ទាប់ ពីខ្ទង់ក្រោយជាចំនួនសេស ។

(e.g 1032 ; 1037 ; 2459 ; 9038 ;)

- វាមានលេខពីរខ្ទង់ចុងក្រោយជាចំនួនមិន ចែកដាច់

នឹង 4 ។ (e.g 174 ; 154 ; 252 ;)

- លេខខាងចុងជាលេខ 5 និងខ្ទង់បន្ទាប់

មិនមែនជាលេខ 2 ។ (e.g 1215 , 2435 , 21545)

ប្រតិបត្តិ : តើចំនួនណាមួយខាងក្រោមនេះជាការេប្រាកដ

និងមិនមែនជាការេប្រាកដ ?

1764 ; 4096 ; 13492 ; 5793 ; 1369 ; 15000

104586 ; 9146 ; 9750834 ; 253166 ; 3135

A- បួសការេប្រាកដ (Exact square)

- ការគណនាបួសការេប្រាកដដែលមាន 4 ខ្ទង់

ឧទាហរណ៍ ១ : គណនា $\sqrt{7569}$

- ញែកក្រុមនៃបួសការេជាគូពីរខ្ទង់គឺ 7569

(ដើម្បីកំណត់ចំនួនខ្ទង់នៃលទ្ធផលបួសការេគឺមាន 2 ខ្ទង់)

- ពិនិត្យក្រុមនៃខ្ទង់នៅខាងធ្វេងគឺ 75 នៅចន្លោះ 8^2

($8 \times 8 = 64$) និង 9^2 ($9 \times 9 = 81$)

ដូច្នេះ លទ្ធផលនៃបួសការេ ស្ថិតនៅក្នុងខ្ទង់ 80s គឺខ្ទង់

ដំបូងមានលេខ 8 ។

- ពិនិត្យមើលខ្ទង់ចុងក្រោយនៃបួសការេមានលេខ 9 មាន

2 ករណីគឺ អាច $3^2 = 9$ និង $7^2 = 49$

ដូច្នេះ លទ្ធផលនៃបួសការេអាចជា 83 រឺ 87

- ប្រៀបធៀបលទ្ធផលនឹង $85^2 = (80 \times 90) + 25 = 7225$

ជាចំនួនតូចជាង 7569 ដោយ $83 < 85 < 87$

$\Rightarrow 87^2 = 7569$

ដូច្នោះ $\boxed{\sqrt{7569} = 87}$

ឧទាហរណ៍ ២ : គណនា $\sqrt{4761}$

- ដោយចំនួនខ្ទង់នៅក្នុងបូសកាលមាន 4 ខ្ទង់នាំឱ្យ
លទ្ធផលនៃបូសកាលមាន 2 ខ្ទង់

- ពិនិត្យ 47 នៅចន្លោះ 6^2 ($6 \times 6 = 36$) និង 7^2 ($7 \times 7 = 49$)

ដូច្នោះ លទ្ធផលនៃបូសកាល ស្ថិតនៅក្នុងខ្ទង់ 60s មានខ្ទង់
ដំបូងគឺលេខ 6 ។

- ពិនិត្យខ្ទង់ចុងក្រោយនៃបូសកាលមានលេខ 1 មានពីរ
ករណីគឺ អាច $1^2 = 1$ និង $9^2 = 81$

ដូច្នោះ លទ្ធផលនៃបូសកាលអាចជា 61 រឺ 69

- ប្រៀបធៀបលទ្ធផលនឹង $65^2 = (60 \times 70) + 25 = 4225$

ជាចំនួនតូចជាង 4761 ដោយ $61 < 65 < 69$

$\Rightarrow 69^2 = 4761$

ដូច្នោះ $\boxed{\sqrt{4761} = 69}$

ឧទាហរណ៍ ៣ : គណនា $\sqrt{7396}$

7396 មានលទ្ធផលពីរខ្ទង់ដែល :

- ខ្ទង់ទី ១ : នៅចន្លោះ $(64 < 73 < 81)$ រឺ $(8^2 < 73 < 9^2)$

⇒ ខ្ទង់ទី ១ ស្ថិតនៅក្នុងខ្ទង់ 80s មានលេខ 8 ។

- ខ្ទង់ទី ២ : ពិនិត្យលេខនៅខាងចុងក្នុងបូសការេមាន

លេខ 6 មានពីរករណី: គឺ $4^2 = 16$ និង $6^2 = 36$

ដូច្នេះ លទ្ធផលអាចជា 84 រឺ 86

- ប្រៀបធៀបជាមួយ $85^2 = 7225$ ជាចំនួនតូចជាង

$7396 \Rightarrow 86^2 = 7396$, ដូច្នេះ $\sqrt{7396} = 86$

ប្រតិបត្តិ : គណនាបូសការេនៃចំនួនខាងក្រោម :

a- 2809

c- 8464

b- 2116

d- 7569

ចម្លើយ :

a- 53

b- 46

c- 92

d- 87

• ការគណនាបូសការេដែលចាប់ពី 4 ខ្ទង់ដោយប្រើ

វិធីសាស្ត្រ D¹ រឺ វិធីសាស្ត្រគុណឆ្លង²

☒ រំលឹក: វិធីសាស្ត្រ Duplex (Cross Multiplication)

- ចំនួនខ្ទង់គូ : ធ្វើផលគុណខ្ទង់ដំបូងនិង ខ្ទង់ចុងក្រោយ,

ខ្ទង់ទី 2 និងខ្ទង់ទី 2 បន្ទាប់ពីខ្ទង់ចុងក្រោយ , ខ្ទង់ទី 3 និងខ្ទង់ទី 3

បន្ទាប់ រហូតដល់អស់គ្រប់ខ្ទង់ ហើយបូកបញ្ចូលគ្នា រួចគុណនឹង 2 បន្ថែម។

e.g : $D (2641) = (2 \times 1 + 6 \times 4) \times 2 = 52$

ចំនួនខ្ទង់សេស : ធ្វើផលគុណខ្ទង់ដំបូងនិង ខ្ទង់ចុងក្រោយ ខ្ទង់ទី 2 និងខ្ទង់ទី 2 បន្ទាប់ពីចុងក្រោយ, ខ្ទង់ទី 3 និងខ្ទង់ទី 3 បន្ទាប់ពីចុងក្រោយរហូតដល់អស់គ្រប់ខ្ទង់នៅសល់តែខ្ទង់នៅកណ្តាល ហើយបូកបញ្ចូលគ្នា រួចគុណនឹង 2 លើកលែង តែខ្ទង់នៅកណ្តាល យើងលើកជាការរួចបូកបន្ថែមទៀត ។

e.g : $D (15137) = 1^2 + (1 \times 7 + 3 \times 5) \times 2 = 1 + 44 = 45$

ដើម្បីគណនាបូសការេប្រាកដនៅក្នុងវិធីសាស្ត្រនេះយើងត្រូវ ញែកជាពីរៗ ខ្ទង់នៃចំនួនដែលគេឱ្យពីច្រើនទៅស្តាំនៅក្នុងបូសការេ រហូតដល់អស់ ។

ឧទាហរណ៍ ៤ : គណនា $\sqrt{23409}$ (មានប្រាំខ្ទង់នាំឱ្យ

លទ្ធផល នៃបូសការេមាន 3 ខ្ទង់បន្ទាប់ពីញែកក្រុមនៃខ្ទង់)

23409 គឺ 2 : 34 : 09 មាន 3 ខ្ទង់ចំពោះលទ្ធផលនៃបូសការេ

- ពិនិត្យមើលក្រុមនៃខ្ទង់ដំបូងគេគឺ 2

តើប៉ុន្មានកាលដែល ខិត ជិត 2 ?

គេមាន : 1^2 ខិតជិត 2, ដូច្នោះ 1 ជាខ្ទង់ដំបូងនៃលទ្ធផល ។

① វិធីសាស្ត្រ Duplex (Duplex Method) ដកស្រង់ចេញពីសៀវភៅ High Speed Mathematic

② វិធីសាស្ត្រគុណឆ្លង (Cross multiplication Method) ដកស្រង់ចេញពី Speed Mathematic

- រកភាពខុសគ្នារវាងក្រុម ខ្ទង់នៃការេ និងការេ នៃខ្ទង់
ដំបូង នៃលទ្ធផលគឺ $2 - 1^2 = 1$ ជាកូដំបូង ទៅលើ ខ្ទង់
បន្ទាប់នៃបូសការេគឺ 13 ជាតំណាងចែក ។
- គុណពីរដងទៅលើខ្ទង់ដំបូងនៃលទ្ធផលបូសការេគឺ
 $1 \times 2 = 2$ ជាកូដែក
- ចាប់ផ្តើមធ្វើប្រមាណវិធីចែករវាង 13 និង 2 ដើម្បីរក
ផលចែក 5 និងសំណល់ 3 លទ្ធផលបន្ទាប់ពី 1 គឺ 5 ។
(សំណល់ 3 ក្លាយទៅជាកូដំបូងទៅលើខ្ទង់បន្ទាប់ នៃបូសការេគឺ 34)
- យក $34 - D(5) = 34 - 5^2 = 9$ ធ្វើផលចែក 9 និង 2
ដើម្បីរកផលចែក 3 បន្ទាប់ពី 5 ឱ្យសំណល់ 3 ។
(សំណល់ 3 ជាកូដែកទៅលើខ្ទង់បន្ទាប់នៃបូសការេ គឺ 30)
- យក $30 - D(53) = 30 - 2 \times 5 \times 3 = 0$ ធ្វើផលគុណ 0 និង
2 គេបាន ផលចែក 0 សំណល់ 0 ។
- យក $09 - D(530) = 9 - 3^2 = 0$

ដើម្បីឱ្យកាន់តែច្បាស់ សូមពិនិត្យមើលការបកស្រាយខាងក្រោម :

2	2	:	13	34	:	30	09
23409	1		5	3	:	0	0

1 ជាកូទី1	យក $13 \div 2 = 5$	យក	យក	$9 - D(3)$
ព្រោះ $1^2 \rightarrow 2$	សំណល់ 3	$34 - D(5)$	$30 - D(53)$	$9 - 9 = 0$
$1 \times 2 = 2$		$34 - 25 = 9$	$30 - 30 = 0$	រួច $0 \div 2 = 0$
ជាកូចែក		រួច $9 \div 2 = 3$	រួច $0 \div 2 = 0$	សំណល់ 0
ធ្វើផលសង		សំណល់ 3	សំណល់ 0	
$2 - 1^2 = 1$				

ឧទាហរណ៍ ៥ : គណនា $\sqrt{20457529}$

⇒ លទ្ធផលមាន 4 ខ្ទង់ ដោយចំនួននៅក្នុងបួសការេមាន 8 ខ្ទង់
នាំឱ្យចំនួនខ្ទង់នៃលទ្ធផលគឺ $8 \div 2 = 4$ ខ្ទង់

- ខ្ទង់ទី 1 : តើប៉ុន្មានការេដែលខិតជិត 20 ?

គេមាន: 4^2 ខិតជិត 20. ដូច្នោះ 4 ជាខ្ទង់ទី 1 គឺ 4

- ខ្ទង់ទី 2 : យក $20 - 4^2 = 4$ ជាចំនួនត្រូវដាក់ពីមុខខ្ទង់

បន្ទាប់នៃបួសការេ 44 ; គេបាន $44 \div (4 \times 2) = 44 \div 8 = 5$

ជាខ្ទង់ទី 2 នៃលទ្ធផលបួសការេគឺ 45 និងសំណល់ 4

ជាចំនួនត្រូវដាក់ពីមុខខ្ទង់ បន្ទាប់ពី 4 នៃបួសការេគឺ 45 ។

- ខ្ទង់ទី 3 : យក $45 - D(5) = 45 - 25 = 20$; $20 \div 8 = 2$ ជាខ្ទង់ទី 3 នៃលទ្ធផលបូសការេគឺ 452 និងសំណល់ 4 ជាចំនួនត្រូវដាក់ពីមុខ ខ្ទង់បន្ទាប់ពី នៃបូសការេគឺ 47 ។

- ខ្ទង់ទី 4 : យក $47 - D(52) = 45 - 20 = 27$; $27 \div 8 = 3$ ជាខ្ទង់ទី 4 ចុងក្រោយនៃលទ្ធផលបូសការេគឺ 4523 ជាលទ្ធផលនៃ 20457529 និង សំណល់ 3 ជាចំនួនត្រូវដាក់ពី មុខខ្ទង់បន្ទាប់ពី 7 គឺ 35 រហូតដល់អស់ខ្ទង់ទោះបីជាឃើញលទ្ធផលក៏ដោយ ។

(បញ្ជាក់ : បើការចែកឃើញលទ្ធផល 0 ជាបន្តបន្ទាប់ ពីលទ្ធផលបូសការេនោះការគណនារបស់យើងត្រឹមត្រូវ ។)

- យក $35 - D(523) = 35 - (2^2 + 2 \times 5 \times 3) = 35 - 34 = 1$
យក $1 \div 8 = 0$ និង សំណល់ 1 ជាចំនួនត្រូវដាក់ពីមុខខ្ទង់បន្ទាប់ពី 5 គឺ 12 ។

- យក $12 - D(23) = 12 - 12 = 0$, $0 \div 8 = 0$ និងសំណល់ 0 ជាចំនួនត្រូវដាក់ពីមុខខ្ទង់ចុងក្រោយនៃបូសការេគឺ 39

- យក $09 - D(3) = 9 - 9 = 0$, $0 \div 8 = 0$ និង សំណល់ 0

ការបកស្រាយលំអិត :

8	2 0	: 44	45	: 47	35	: 12	09
20457529	4	5	2	3	0	0	0

4 ជាតួទី 1

ក្រោះ $4^2 \rightarrow 16$

$4 \times 2 = 8$

ជាតួចែក

ធ្វើផលសង

$20 - 4^2 = 4$

ជាចំនួនត្រូវដាក់

ទៅលើខ្ទង់បន្ទាប់

យក $44 \div 8 = 5$

សំណល់ 4

$45 - D(5)$

$45 - 25 = 20$

រួច $20 \div 8 = 2$

សំណល់ 4

$47 - D(52)$

$47 - 20 = 27$

រួច $27 \div 8 = 3$

សំណល់ 3

$35 - D(523)$

$35 - 34 = 1$

រួច $1 \div 8 = 0$

សំណល់ 1

$12 - D(23)$

$12 - 12 = 0$

រួច $0 \div 8 = 0$

សំណល់ 0

$09 - D(3)$

$9 - 9 = 0$

រួច $0 \div 8 = 0$

សំណល់ 0

នៃបូសការេ

$$\sqrt{20457529} = 4523$$

■ សំគាល់ : ដើម្បីឱ្យកាន់តែច្បាស់ចំពោះការប្រើវិធីសាស្ត្រ D គឺចាប់ផ្តើមពី D តែមួយគឺ D(5) ; D ពីរខ្ទង់គឺ D(52) ; D បីខ្ទង់ គឺ D(523) និង បន្តបន្ទាប់រហូតដល់អស់រួចចុះតាមលំដាប់ពី ខ្ពស់ ទៅ ទាបវិញគឺ D(23) ; D(3) ។

ខាងក្រោមនេះជាការបង្ហាញនូវឧទាហរណ៍មួយចំនួនពីការ គណនាបូសការេនៃមួយចំនួនមិនមានការបកស្រាយលំអិត ដើម្បីឱ្យ អស់លោកអ្នកហ្វឹកហ្វាត់ដោយខ្លួនឯង រួចយកមកប្រៀបធៀប ជាមួយលទ្ធផលខាងក្រោម :

ឧទាហរណ៍ ៦ : គណនា $\sqrt{301401}$; $\sqrt{71824}$;
 $\sqrt{3364}$; $\sqrt{743044}$; $\sqrt{5588496}$; $\sqrt{67683529}$; $\sqrt{51065316}$

10	3 0 : 11 114 : 80 81
$\sqrt{38472148}$	5 4 9 : 0 0

$\Rightarrow \sqrt{301401} = 549$

4	7 : 31 78 : 102 64
$\sqrt{71824}$	2 6 8 : 0 0

$\Rightarrow \sqrt{71824} = 268$

10	3 3 : 86 64
$\sqrt{3364}$	5 8 : 0

$\Rightarrow \sqrt{3364} = 58$

16	7 4 : 103 70 : 24 04
$\sqrt{743044}$	8 6 2 : 0 0

$\Rightarrow \sqrt{743044} = 862$

	5	:	15	38	:	58	64	:	49	16	
4											
$\sqrt{5588496}$	2		3		6		4	:	0	0	0

$\Rightarrow \sqrt{5588496} = 2364$

	6	7	:	36	48	:	123	35	:	32	49
16											
$\sqrt{67683529}$	8		2		2		7	:	0	0	0

$\Rightarrow \sqrt{67683529} = 8227$

	5	1	:	20	66	:	95	33	:	51	36
14											
$\sqrt{51065316}$	7		1		4		6	:	0	0	0

$\Rightarrow \sqrt{51065316} = 7146$

A₂-លំហាត់អនុវត្តន៍ : គណនាបួសការេនៃចំនួនខាងក្រោម :

a- 4624	e- 43264	i- 99225
b- 88804	f- 488601	j- 622521
c- 63792169	g- 48818169	k- 4129024
d- 64368529	h- 36144144	l- 80946009

B- បូសកាលមិនប្រាកដ រឺ បូសកាលប្រហែល

(Estimating square roots)

បូសកាលមិនប្រាកដជាបូសកាលទាំងឡាយណា ដែលលទ្ធផលរបស់វាជាចំនួនទសភាគក្នុងការគណនាបូសកាលបែបនេះ គេអាចប្រើ Casio យើងអាចគណនាដោយដៃក៏បានដែរគ្រាន់ តែយក ប៊ិច និង ក្រដាស ហើយត្រូវអនុវត្តន៍ដូចខាងក្រោម :

ឧទាហរណ៍ ១ : គណនា $\sqrt{70}$

- ដំបូងត្រូវរកចំនួនដែលលើកជាការេខិតជិត 70
(e.g: $8^2 = 64 \rightarrow 70$)
បានន័យថាចម្លើយជាចំនួនទសភាគ 1 ខ្ទង់គឺ 8.
- យកចំនួននៅក្នុងរឺសកាលចែកនឹង ចំនួនត្រូវលើកជាការេគឺ
 $70 \div 8 = 8.75$
- រកភាពខុសគ្នារវាង $8.75 - 8 = 0.75$
- យក $0.75 \div 2 = 0.375$
- ចុងបញ្ចប់យើងបានចម្លើយ $\sqrt{70} \approx 8 + 0.375 \approx 8.375$
ក្នុងការគណនាដោយដៃនេះអាចមានកំរិតល្អៀងបន្តិច បន្តួច ជាទូទៅការគណនាដោយដៃតែងតែលើសបន្តិច ។

(ឧ, ប្រើ Casio $\sqrt{70} = 8.366 \approx 8.37$)

បើចង់សុក្រិតជាងនេះទៀត យើងអាចគណនាបន្តទៀតដោយ រកមធ្យមនៃលទ្ធផលទាំងពីរខាងក្រោម :

លទ្ធផលទី គឺ $\sqrt{70} \approx 8.375 \Rightarrow 70 \div 8.375 = 8.358$

រកមធ្យមរវាង 8.358 និង 8.375

$\Rightarrow \frac{(8.358 + 8.375)}{2} = 8.366 \Rightarrow \sqrt{70} = 8.366$

ជាលទ្ធផលចុងក្រោយហើយសុក្រិត ។

ដូច្នោះ: $\sqrt{70} = 8.366 \approx 8.37$

ឧទាហរណ៍ ២ : គណនា $\sqrt{29}$

- ចំនួនដែលលើកជាការេខិតជិត 29 គឺ $5^2 = 25 \rightarrow 29$

- យក $\frac{29}{5} = 5.8$ រួច $\frac{(5.8 - 5)}{2} = 0.4$

$\Rightarrow \sqrt{29} = 5 + 0.4 = 5.4$; ប្រើ Casio: $\sqrt{29} = 5.385 \approx 5.4$

ដូច្នោះ: $\sqrt{29} = 5.385 \approx 5.4$

ឧទាហរណ៍ ៣ : គណនា $\sqrt{3125}$

ដោយចំនួននៅក្នុងបួសការេមាន 4 ខ្ទង់

\Rightarrow លទ្ធផលនៃបួសការេមាន 2 ខ្ទង់

- ចំនួនដែលលើកជាការេខិតជិត 3125 គឺ $50^2 = 2500 \rightarrow 3125$

(បញ្ជាក់ : យើងអាចយក $5^2 = 25 \rightarrow 31$)

- យក $\frac{3125}{50} = 62.5$ រួច $\frac{(62.5 - 50)}{2} = 6.25$

$\Rightarrow \sqrt{3125} = 50 + 6 = 56$; ប្រើ Casio: $\sqrt{3125} = 55.9 \approx 56$

ដូច្នោះ: $\sqrt{3125} = 55.9 \approx 56$

ឧទាហរណ៍ ៤ : គណនា $\sqrt{500}$

- ចំនួនដែលលើកជាការេខិតជិត 500 គឺ $20^2 = 400 \rightarrow 500$

- យក $\frac{500}{20} = 25$ រួច $\frac{(25 - 20)}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$

$\Rightarrow \sqrt{500} = 20 + 2.5 = 22.5$

ដើម្បីឱ្យលទ្ធផលបូសកាលកាន់តែសុក្រឹតនោះ គេអាចយក :

$$\frac{500}{22.5} = 22.22$$

$\Rightarrow \sqrt{500} = (22.5 + 22.22) \div 2 = 22.36$

(ផលបូកមធ្យមនៃចម្លើយទាំងពីរ)

ដូច្នោះ: $\sqrt{500} = 22.36$; ប្រើ Casio: $\sqrt{500} = 22.36$

ឧទាហរណ៍ ៥ : គណនា $\sqrt{93560}$

- ចំនួនដែលលើកជាការេខិតជិត 93560 គឺ $300^2 = 90000 \rightarrow 93560$

- យក $\frac{93560}{300} = 311.86$ រួច $\frac{(311.86 - 300)}{2} = 5.9$

$\Rightarrow \sqrt{93560} = 300 + 5.9 = 305.9$

ប្រើ Casio: $\sqrt{93560} = 305.8758 \approx 305.9$

ដូច្នោះ: $\sqrt{93560} = 305.8758 \approx 305.9$

ឧទាហរណ៍ ៦ : គណនា $\sqrt{38472148}$

- ចំនួនដែលលើកជាការេខិតជិត 38472148 គឺ

$6000^2 = 36000000 \rightarrow 38472148$

- យក $\frac{38472148}{6000} = 6412.02$

រួច $\frac{(6412.02 - 6000)}{2} = \frac{412.02}{2} = 206.12$

$\Rightarrow \sqrt{38472148} \approx 6000 + 206.012 \approx 6206.012$

ដើម្បីឱ្យសុក្រឹតគឺ $\frac{38472148}{6206.012} = 6199.17$

$\Rightarrow \sqrt{38472148} \approx 6206.012 + 6199.17 \approx 6202.59$

ដូច្នោះ $\sqrt{38472148} \approx 6202.59$ ប្រើ Casio: $\sqrt{38472148} = 6202.59$

B₂-លំហាត់អនុវត្តន៍:

គណនាបួសការេប្រហែលនៃចំនួនខាងក្រោម :

a- 1723	f- 950
b- 2600	g- 2916
c- 80	h- 1225
d- 42	i- 2568
e- 5132	j- 2310

« ការអានសៀវភៅជាមិត្តនៃចំណេះដឹង »

ជំពូក ៣

គូបឆ្លើយចំនួន

Quick Cube



គូបនៃមួយចំនួន
(Quick Cube)

A - គូបនៃមួយចំនួនដែលមានលេខ ២ខ្ទង់ (Cube of 2 digits)

គូបនៃមួយចំនួនដែលមាន ២ខ្ទង់គេអាចគណនារហ័ស
ដោយប្រើរូបមន្តខាងក្រោមនេះ:

Let us remember the formula

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

បើយើងអង្កេតយ៉ាងប្រុងប្រយ័ត្នទៅលើគូបនៃមួយចំនួនដែល
មាន ២ខ្ទង់ តាមវគ្គនីមួយៗ យើងបានជំហានដូចតទៅ :

		ជំហានទី 1	ទី 2	ទី 3	ទី 4
$(a+b)^3$:	a^3	a^2b	ab^2	b^3
			$2a^2b$	$2ab^2$	
$(a+b)^3$	=	a^3	+	$3a^2b$	+
				$3ab^2$	+
					b^3

$a^2b = a^3 (b/a)$	⇒ មានផលធៀបធរណីមាត្រ b/a
$ab^2 = a^2b (b/a)$	
$b^3 = ab^2 (b/a)$	

- ជំហានទី 1 - យកខ្ទង់ទីមួយលើកជាកូប គឺ a^3
- 2 - យក ការេខ្ទង់ទីមួយគុណនឹងខ្ទង់ចុងក្រោយ គឺ a^2b
- 3 - យក ខ្ទង់ទីមួយគុណនឹងការេខ្ទង់ចុងក្រោយ គឺ ab^2
- 4 - យកខ្ទង់ចុងក្រោយលើកជាកូបគឺ b^3

នៅក្រោមជំហានទី 2 និង ទី 3 . ត្រូវគុណនឹង 2 រួចបូក
តាមខ្ទង់ត្រូវគ្នាខាងក្រោមនេះគឺជាឧទាហរណ៍មួយចំនួន រួមជាមួយ
ការបង្ហាញពីដំណើរការនៃការគណនាគូបនៃមួយចំនួន :

ឧទាហរណ៍ ១ : គណនា 12^3

	ជំហានទី 1	ទី 2	ទី 3	ទី 4
12^3	$1^3=1$	$1^2 \times 2 = 2$	$1 \times 2^2 = 4$	$2^3 = 8$
(ក្រោមជំហានទី 1 និងទី 2 គុណនឹង 2)		$2 \times 2 = 4$	$2 \times 4 = 8$	

carry over 1 : 1 6 12 8

$\Rightarrow 12^3 = 1\ 6\ 12\ 8 = 1728$

ដូច្នោះ $12^3 = 1728$

A few more example :

ឧទាហរណ៍ ២ : គណនា 52^3

		ជំហានទី 1	ទី 2	ទី 3	ទី 4
52^3	:	$5^3=125$	$5^2 \times 2 = 50$	$5 \times 2^2 = 20$	$2^3 = 8$
(ក្រោមជំហានទី 1 និងទី 2 គុណនឹង 2)			$2 \times 50 = 100$	$20 \times 2 = 40$	
52^3	:	125	150	60	8

$\Rightarrow 52^3 = 125\ 150\ 60\ 8 = 140608$

ដូច្នោះ $52^3 = 140608$

ឧទាហរណ៍ ៣ : គណនា 34^3

		ជំហានទី 1	ទី 2	ទី 3	ទី 4
34^3	:	$3^3=27$	$3^2 \times 4 = 36$	$3 \times 4^2 = 48$	$4^3 = 64$
(double 2 nd and 3 rd)			$2 \times 36 = 72$	$48 \times 2 = 96$	
34^3	:	27	108	144	64

$\Rightarrow 34^3 = 27\ 108\ 144\ 64 = 39304$

ដូច្នោះ $34^3 = 39304$

ចំណាំ : ការប្រើរូបមន្ត $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

បានតែចំពោះគូបនៃពីរខ្ទង់ប៉ុណ្ណោះ ។

A₃-លំហាត់អនុវត្តន៍ : គណនាគូបនៃចំនួនខាងក្រោម :

a- 14	e- 76	i- 67
b- 23	f- 38	j- 47
c- 35	g- 65	k- 43
d- 37	h- 57	l- 81

B-គូបនៃមួយចំនួនដែលនៅក្បែរគោល (Number close to Base)

ចំនួនដែលនៅក្បែរគោល 10^n សំខាន់បំផុតយើងត្រូវគិតពី
 ចំនួន លើស (+) រឺខ្វះ (-) នៃគោល 10^n (100, 1000 , 10000 , ...) ។
 លទ្ធផលនៃគូបដែលនៅក្បែរគោល បានបែងចែកជាបីផ្នែក
 ដូចខាងក្រោម :

- ផ្នែកខាងដើម (ដំបូង) : ត្រូវគិតពីចំនួនលើស (+) រឺ ខ្វះ (-) នៃ Base យកចំនួនលើសរឺខ្វះគុណនឹង 2 រួចបូក រឺដកចំនួនលើស រឺខ្វះនោះ នឹងចំនួនដែលលើកជាគូប យើងបានផ្នែកដំបូងនៃចម្លើយ ។

- ផ្នែកកណ្តាល : បន្ទាប់មក យើងត្រូវគិតពីចំនួនលើស រីខ្លះម្តងទៀតចំពោះផ្នែកខាងឆ្វេងនោះ ថា តើលើសរីខ្លះប៉ុន្មានរួច គុណ នឹងផ្នែកលើសរីខ្លះនៅដំណាក់កាលទី 1 គេបានផ្នែកកណ្តាល នៃចម្លើយ ។

- ផ្នែកចុងក្រោយ : យកផ្នែកលើសរីខ្លះ នៅដំណាក់ទី 1 លើកជាគូបនោះគេបាន ផ្នែកចុងក្រោយនៃចម្លើយ ។

ចំណាំ : នៅផ្នែកកណ្តាល និងផ្នែកចុងក្រោយនៃចម្លើយ ចំនួនខ្ទង់របស់វាអាស្រ័យទៅលើ Base មានន័យថា :

- បើ Base 100 មានន័យថាផ្នែកកណ្តាល និង ផ្នែកចុង ក្រោយ នៃចម្លើយត្រូវមាន 2 ខ្ទង់ ។

- បើ Base 100 = 10³ មានន័យថាផ្នែកកណ្តាលនិង ផ្នែកចុង ក្រោយ នៃចម្លើយត្រូវមាន 3 ខ្ទង់ ។

- បើ Base 100 = 10⁴ មានន័យថាផ្នែកកណ្តាល និងផ្នែកចុង ក្រោយ នៃចម្លើយត្រូវមាន 4 ខ្ទង់ ។

ឧទាហរណ៍ ១ : គណនា 103³ (Base 100)

បកស្រាយ : 3 ជាចំនួនលើស (+) នៃ 100 ស្មើ 103

- ផ្នែកដំបូងនៃចម្លើយ : 103 + 3×2 = 109

- ផ្នែកកណ្តាល : 9 ជាចំនួនលើស (+) នៃ 100 ស្មើ 109

គេបាន : ចំនួនលើសដំបូង \times ចំនួនលើសចុងក្រោយ
 $3 \times 9 = 27$ (Base 100)

- ផ្នែកចុងក្រោយ : យកផ្នែកលើសវិខ្លះ នៅដំណាក់ទី 1

លើកជាគូបគឺ $3^3 = 27$ ដោយ Base 10^2 ដោយបញ្ជាក់ថាមានលេខ

2 ខ្ទង់នៅផ្នែកខាងក្រោយគឺ $3^3 = 27$ ។

$\Rightarrow 103^3 = 109 / 27 / 27 = 1092727$

ដូច្នោះ: $103^3 = 1092727$

ឧទាហរណ៍ ២ : គណនា 102^3 (Base $100 = 10^2$)

បកស្រាយ : 2 ជាចំនួនលើសនៃ 100 ស្មើ 102 (ចំនួនលើសដំបូង)

- ផ្នែកដំបូង : $102 + 2 \times 2 = 106$

- ផ្នែកកណ្តាល: 6 ជាចំនួនលើសចុងក្រោយនៃ 100 ស្មើ 106

គេបាន : ចំនួនលើសដំបូង \times ចំនួនលើសចុងក្រោយ

$2 \times 6 = 12$ ជាផ្នែកកណ្តាលនៃចម្លើយ ។

- ផ្នែកចុងក្រោយ : យកផ្នែកលើសដំបូងលើកជាគូប គឺ

$2^3 = 8$ ដោយ Base 10^2 ដោយបញ្ជាក់ថាមានលេខ 2

ខ្ទង់នៅផ្នែកខាងក្រោយគឺ $2^3 = 08$ ។

$\Rightarrow 102^3 = 106 / 12 / 08 = 1061208$

ដូច្នោះ: $102^3 = 1061208$

ការបង្ហាញក្នុងតារាង Cube of 102

Base 100 , Surplus 2	Double 2 ; i.e : 4	102+4 = 106
6 is the new Surplus	Multiply 6 with 2 and put down as 2 nd portion	106 / 12
Cube the original Surplus 2	Place as 3 rd portion 08 since base 100 has 2 zeroes	106 / 12 / 08
	Answers	1061208

ឧទាហរណ៍ ៣ : គណនា 997^3 (Base 1000= 10^3)

បកស្រាយ : -3 ជាចំនួនខ្លះដំបូង (-) ទៅលើ 997 ស្មើ 1000

គេបានលទ្ធផល :

- ផ្នែកដំបូង : $997 - 2 \times 3 = 997 - 6 = 991$

- ផ្នែកកណ្តាល: -9 ជាចំនួនខ្លះទៅលើ 991 ស្មើ 1000

$\Rightarrow -9 \times (-3) = 27$ ដោយ Base 10^3

$\Rightarrow (-9) \times (-3) = 027$

- ផ្នែកចុងក្រោយ : យកចំនួនខ្លះដំបូងលើកជាគូប គេបាន

$(-3)^3 = -27$ ដោយ Base 10^3 ដោយបញ្ជាក់ថាមានលេខ

3 ខ្ទង់នៅផ្នែកខាងក្រោយគឺ $(-3)^3 = -027$ ។

$\Rightarrow 997^3 = 991 / 027 / -027 = 991 / 026 / 1000-27$
 $= 991026973$

ដូច្នេះ

$997^3 = 991026973$

ការបង្ហាញក្នុងតារាង Taking example of deficient ,Cube of 997

Base 1000 , deficient 3	Double -3 ; i.e : -6	$997-6 = 991$
9 is the new deficient	Multiply -9 with -3 and put down as 2 nd portion	$991 / 027$ (Base 10^3)
Cube the original deficient 3	Place as 3 rd portion $(-3)^3 = -27$	$991 / 027 / -27$ $= 991 / 026 / 10^3 - 27$ $= 991026973$
	Answers	1061208

ឧទាហរណ៍ ៤ : គណនា 9988^3 (Base 10000 = 10^4)

បកស្រាយ : -12 ជាចំនួនខ្វះដំបូង (-) ទៅលើ 9988 ស្មើ 10000

គេបានលទ្ធផល :

- ផ្នែកដំបូង : $9988 - 2 \times 12 = 9964$

- ផ្នែកកណ្តាល: -36 ជាចំនួនខ្វះទៅលើ 9964 ស្មើ 10000

$\Rightarrow (-36) \times (-12) = 432$ ដោយ Base 10^4

$\Rightarrow (-36) \times (-12) = 0432$

- ផ្នែកចុងក្រោយ : យកចំនួនខ្វះដំបូងលើកជាគូប :

$(-12)^3 = - (12+4 / 12 / 8) = -1728$

$\Rightarrow 9988^3 = 9964 / 0432 / -1728$
 $= 9964 / 0431 / 10^4 - 1728$
 $= 996404318272$

ដូច្នេះ

$9988^3 = 996404318272$

ខាងក្រោមនេះជាឧទាហរណ៍បន្ថែមទៀតក្នុងការដោះស្រាយ
គូបនៃចំនួនដែលនៅក្បែរ 10^n ឱ្យកាន់តែមានភាពស្អាតជំនាញ :

$$104^3 = 104 + 2 \times 4 / 4 \times 12 / 4^3 = 112 / 48 / 64 = 1124864$$

$$112^3 = 112 + 2 \times 12 / 12 \times 36 / 12^3 = 136 / 432 / 1728 = 1404928$$

$$996^3 = 996 - 2 \times 4 / 4 \times 12 / -4^3 = 988 / 048 / -064$$

$$= 988 / 047 / 1000 - 64 = 988047936$$

$$96^3 = 96 - 2 \times 4 / 4 \times 12 / -4^3 = 88 / 48 / -64 = 88 / 47 / 100 - 64$$

$$= 884736$$

$$9991^3 = 9991 - 2 \times 9 / 9 \times 27 / -9^3 = 9973 / 0243 / -0729$$

$$= 9973 / 0242 / 10^4 - 0729 = 997302429271$$

B₃-លំហាត់អនុវត្តន៍ : គណនាគូបនៃចំនួនខាងក្រោម :

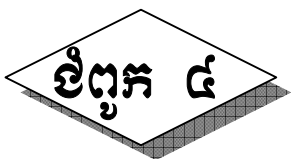
a- 98	e- 1004	i- 10011
b- 105	f- 1012	j- 9972
c- 113	g- 9989	k- 10021
d- 995	h- 10007	l- 998

« បើមិនទម្លាប់ក្នុងការអានច្រើនទេ
ការសរសេរបញ្ចេញគំនិតទាក់ទាក់ទាញជាការសំបាក
បំផុត »

ជំពូក ៤

ប្រសិទ្ធភាពនៃមួយចំនួន

Cube Roots



បួសគូប នៃមួយចំនួន

(Cube Roots)

A-បួសគូបនៃចំនួនដែលមានលេខមិនលើសពី 6 ខ្ទង់

(Cube roots upto 6 digits)

ក្នុងការរកបួសគូបនៃមួយចំនួនដែលមាន 6 ខ្ទង់ដំបូង យើងត្រូវបែងចែកចំនួននោះជាពីរផ្នែកគឺផ្នែកខាងធ្វេងនិង ខាងស្តាំ ដែល មួយផ្នែកៗ ត្រូវមាន 3ខ្ទង់ហើយ លទ្ធផលរបស់វាត្រូវតែមាន 2ខ្ទង់ ។

ឧទាហរណ៍ ១ : គណនាបួសគូបនៃ 262144

បកស្រាយ : 262144 មាន 6 ខ្ទង់បែងចែកជាពីរផ្នែកខាងធ្វេង 262

និងខាងស្តាំ 144 ។ លទ្ធផលរបស់វាមានពីរខ្ទង់ ។

- ខ្ទង់ទី 1 (ដំបូង) : ពិនិត្យផ្នែកខាងធ្វេង 262

តើវានៅចន្លោះ នៃគូបមួយណាក្នុងតារាង គូប ?

$$6^3 = 216 < 262 < 7^3 = 343$$

⇒ ចម្លើយរបស់វាគឺនៅចន្លោះ 60 និង 70 គេសរសេរ : 60s

ដូច្នេះ ខ្ទង់ទី 1 គឺមានលេខ 6 ។

- ខ្ទង់ទី 2 (ចុងក្រោយ) : ពិនិត្យផ្នែកខាងស្តាំ 144 មានលេខ

ខាងចុង 4 បន្ទាប់មកយើងពិនិត្យតារាងគូបខាងក្រោមនេះ :

ចំនួន n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
គូប n^3	1	8	27	64	125	216	343	512	729

144 មានលេខខាងចុង 4 ត្រូវនឹង $4^3 = 64$

⇒ លទ្ធផលរបស់វា ច្បាស់ជាមានលេខខាងចុង 4 (4^3)

ដូច្នេះ ខ្ទង់ទី 2 គឺមានលេខ 4 ។

⇒ $\sqrt[3]{262144} = 64$

ដូច្នេះ $\sqrt[3]{262144} = 64$

ចំណាំ : (Note)

- គូបនៃចំនួន 1 ; 4 ; 5 ; 6 ហើយ 9 វាមានលេខខាងចុងដូចគ្នា
នឹងចំនួននោះ $1^3 = 1$; $4^3 = 64$; $5^3 = 125$; $9^3 = 729$; $6^3 = 216$

- គូបនៃចំនួន 3 ; 7 និង 2 ; 8 មានលេខខាងចុងជា ចំនួន
បញ្ជ្រាស់វា : $3^3 = 27$; $7^3 = 343$ និង $2^3 = 8$; $8^3 = 512$

ឧទាហរណ៍ ២ : គណនាបួសគូបនៃ 571787

បកស្រាយ : 571787 មាន 6 ខ្ទង់បែងចែកជាពីរផ្នែកខាងធ្វេង 571

និងខាងស្តាំ 787 ។ លទ្ធផលរបស់វាមានពីរខ្ទង់ ។

- ខ្ទង់ទី 1 (ដំបូង) : ពិនិត្យផ្នែកខាងធ្វេង 571

តើវានៅចន្លោះនៃគូបមួយណាក្នុងតារាង គូប ?

$$8^3 = 512 < 571 < 9^3 = 729$$

⇒ ចម្លើយរបស់វាគឺនៅចន្លោះ 80 និង 90 គេសរសេរ : 80_s

ដូច្នោះ ខ្ទង់ទី 1 គឺមានលេខ 8 ។

- ខ្ទង់ទី 2 (ចុងក្រោយ) : ពិនិត្យផ្នែកខាងស្តាំ 787 មានលេខ

ខាងចុង 7 ត្រូវនឹងតារាងគូប $3^3 = 27$

⇒ ខ្ទង់ទី 2 មានលេខ 3, ដូច្នោះ លទ្ធផលគឺ 83

ដូច្នោះ: $\sqrt[3]{571787} = 83$

ឧទាហរណ៍ ៣ : គណនាបួសគូបនៃ 830584

បកស្រាយ : 830584 ⇒ លទ្ធផលមាន 2 ខ្ទង់

- ខ្ទង់ទី 1 (ដំបូង) : ពិនិត្យផ្នែកខាងធ្វេង 630

តើវានៅចន្លោះនៃគូបមួយណាក្នុងតារាង គូប ?

$$9^3 = 729 < 830 < 10^3 = 1000$$

⇒ លទ្ធផលវានៅចន្លោះ 80 និង 90 (90_s) ខ្ទង់ទី 1 គឺមានលេខ 9 ។

- ខ្ទង់ទី 2 (ចុងក្រោយ) : ពិនិត្យផ្នែកខាងស្តាំ 584 មានលេខ

ខាងចុង 4 ត្រូវនឹងតារាងគូប $4^3 = 64$

⇒ ខ្ទង់ទី 2 មានលេខ 4, ដូច្នោះ លទ្ធផលគឺ 94

ដូច្នោះ: $\sqrt[3]{830584} = 94$

A₄-លំហាត់អនុវត្តន៍: គណនាឫសគូបនៃចំនួនខាងក្រោម :

a- 389017	e- 551368	i- 287496
b- 300763	f- 912673	j- 804357
c- 117649	g- 24389	k- 59319
d- 592704	h- 205379	l- 13824

B-ឫសគូបនៃចំនួនទូទៅ (General Cube roots)

ចំណាំ (Note) : តាង F ជាតួដំបូង , L ជាខ្ទង់ចុងក្រោយ
n ជាចំនួនខ្ទង់នៃលទ្ធផលរឹសគូប

Exact cube	F	L	n
39,304	3	4	2
2,299,968	1	2	3
278,445,077	6	3	3
35,578,826,569	3	9	4

ការដោះស្រាយគូបនៃមួយចំនួនមានលក្ខណៈកំណត់ :
- ត្រូវកាត់ខ្ទង់នៃចំនួននោះជាផ្នែកឱ្យបានត្រឹមត្រូវ មួយផ្នែកមាន 3 ខ្ទង់ ព្រោះការកាត់ខ្ទង់ជាផ្នែកងាយស្រួលក្នុងការកំណត់ ចម្លើយនៃ ឫសគូបនោះ តើលទ្ធផលរបស់វាត្រូវមានប៉ុន្មានខ្ទង់?

ពិនិត្យខ្ទង់ដែលបានកាត់រួចនៅដើមដំបូងគេ តើផ្នែកដំបូងនោះ
វានៅចន្លោះណាក្នុងតារាងគូបនេះ ជាការរកឃើញនៅខ្ទង់ទី1 នៃ
លទ្ធផល បូសគូប ។

ពិនិត្យលេខដែលនៅខាងក្រោយគេ តើវាមានលេខខាងចុង
ប៉ុន្មាន ហើយលេខខាងចុងនោះ ត្រូវជាប៉ុន្មានគូប ដើម្បីឱ្យលេខ
ខាងចុងនៃគូបក្នុងតារាងស្មើនឹងលេខខាងចុងនោះ។ នេះជាការ
រក ឃើញខ្ទង់ចុងក្រោយនៃលទ្ធផលបូសគូប ។

- បើលទ្ធផលមាន ខ្ទង់ត្រូវអនុវត្តខាងលើជាការស្រេច។
- បើលទ្ធផលមាន ៣ខ្ទង់ : (\overline{cba}) ចាំបាច់ ត្រូវអនុវត្ត
បន្ថែមទៀតដើម្បីរកតួកណ្តាល រឺខ្ទង់នៅកណ្តាល (b)
 - ខ្ទង់ដំបូងគេ (b) និង ខ្ទង់ខាងក្រោយ (a)
ត្រូវអនុវត្តដូចខាងលើ ។
 - ខ្ទង់នៅកណ្តាល (b)គឺបានមកពីការដករវាង
ចំនួនដែលគេឱ្យនឹងគូបនៃខ្ទង់ចុងក្រោយរបស់
បូសគូប (a^3) ។ រួចត្រូវពិនិត្យខ្ទង់ចុងក្រោយ
តើវាមានលេខប៉ុន្មាន ហើយប្រើ $3ab$
ដើម្បីរកតួ (b) រឺខ្ទង់កណ្តាល (b) ។

➤ បើលទ្ធផលមាន 4 ខ្ទង់ (\overline{dcba}) បន្តពីលទ្ធផលមាន 3 ខ្ទង់ដើម្បីរកតួ c រឺខ្ទង់ទី 2 (c) ។

• ខ្ទង់ដំបូងគេ (d)និងខ្ទង់ចុងក្រោយ(a)និងខ្ទង់ បន្ទាប់ចុងក្រោយ(b) ត្រូវអនុវត្តន៍ដូចខាងលើ។

• ខ្ទង់ទី 2 (c): ធ្វើផលដករវាងចំនួន (បន្ទាប់ពីផលដកនឹង a^3) នឹង $3a^2b$

រួចត្រូវពិនិត្យ ខ្ទង់ចុងក្រោយ (មិនយកសូន្យ) តើវាមានលេខប៉ុន្មានហើយប្រើ $3a^2c + 3ab^2$ ដើម្បីរកតួ c រឺខ្ទង់ទី 2 (c) ។

ឧទាហរណ៍ ១ : គណនាបួសគូបនៃ 74618461

បកស្រាយ : 74618461 \Rightarrow លទ្ធផលមាន 3 ខ្ទង់ (\overline{cba})

- ខ្ទង់ទី 1 (c):ពិនិត្យ 74 តើវានៅចន្លោះណាក្នុងតារាងគូប ?

$$4^3 = 64 < 74 < 5^3 = 125$$

មានន័យថាលទ្ធផលវានៅចន្លោះ 80 និង 90 (90s)

\Rightarrow ខ្ទង់ទី 1(c) មានលេខ 4 ។

-ខ្ទង់ទី 3 (a) : ពិនិត្យលេខចុងក្រោយនៃ 74618461

មានលេខចុងក្រោយគឺលេខ 1 ត្រូវនឹងតារាងគូប $1^3 = 1$

\Rightarrow ខ្ទង់ទី 3 (a) មានលេខ 1

- ខ្ទង់ទី 2 (b) : ធ្វើផលដករវាង 74618461 និង $1^3 (a^3)$

$$74618461 - 1 = 74618460 \text{ (មិនយក 0)}$$

ពិនិត្យលេខខាងចុងក្រោយនៃ 74618461 មានលេខខាងចុង 6

ប្រើ $3a^2b = 3 \times 1^2 \times b$ ដោយមានលេខខាងចុង 6

$$\Rightarrow b = 2 \text{ (} 3 \times 1^2 \times 2 = 6 \text{)}$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{74618461} = 421 \quad \text{ដូច្នោះ: } \boxed{\sqrt[3]{74618461} = 421}$$

ការបង្ហាញក្នុងតារាង គណនាបួសគូបនៃ 74618461

គណនាបួសគូបនៃ 74618461	
លទ្ធផលបួសគូបមាន 3 ខ្ទង់ (\overline{cba})	
ខ្ទង់ទី 1 គឺ 4 ព្រោះ: $4^3 = 64 < 74 < 5^3 = 125$	74618461
ខ្ទង់ទី 3 (a) គឺ 1 ; $74618461 - 1^3$ (មិនយក 0)	1^3
$3a^2b = 3 \times 1^2 \times b$; មានលេខខាងចុង នៅបន្ទាប់ពីខ្ទង់ចុងក្រោយ (មិនយក 0) នាំឱ្យ $b = 2$	74618460
ដូច្នោះ បួសគូបនៃ 74618461	421

ឧទាហរណ៍ ២ : គណនាបួសគូបនៃ 178453547

បកស្រាយ : $178453547 \Rightarrow$ លទ្ធផលមាន 3 ខ្ទង់ (\overline{cba})

- ខ្ទង់ទី 1 (c) : ពិនិត្យ 178 តើវានៅចន្លោះណានៃតារាងគូប ?

$$5^3 = 125 < 178 < 6^3 = 216$$

មានន័យថាលទ្ធផលវានៅចន្លោះ 500 និង 600 (500s)

⇒ ខ្ទង់ទី 1 (c) មានលេខ 5 ។

-ខ្ទង់ទី 3 (a) : ពិនិត្យលេខចុងក្រោយនៃ 178453547

មាន 7 ជាលេខចុងក្រោយ ត្រូវនឹងតារាងគូប $3^3 = 27$

⇒ ខ្ទង់ទី 3 (a) មានលេខ 3

-ខ្ទង់ទី 2 (b) : ធ្វើផលដករវាង 178453547 និង $27 (3^3)$

$$178453547 - 27 = 178453520 \text{ (មិនយក 0)}$$

-ពិនិត្យលេខខាងចុងក្រោយនៃ 17845352 មានលេខ 2 ជាលេខ
ចុងក្រោយប្រើ $3a^2b = 3 \times 3^2 \times b = 27 \times b$ ដោយមានលេខចុងក្រោយ

ជាលេខ 6 ⇒ $b = 6$ ($27 \times 6 = 162$)

⇒ $\sqrt[3]{178453547} = 563$, ដូច្នោះ $\sqrt[3]{178453547} = 563$

ការបង្ហាញក្នុងតារាង គណនាបួសគូបនៃ 178453547

គណនាបួសគូបនៃ 178453547	
លទ្ធផលបួសគូបមាន 3 ខ្ទង់ (\overline{cba})	
ខ្ទង់ទី 1 (c) គឺ 5 ព្រោះ $5^3 = 125 < 178 < 6^3 = 216$	178453547
ខ្ទង់ទី 3 (a) គឺ 3 ; $178453547 - 3^3$ (មិនយក 0)	$3^3 = 27$
$3a^2b = 3 \times 3^2 \times b = 27 \times b$ មានលេខខាងចុង 2	17845320

នៅបន្ទាប់ ពីខ្ទង់ចុងក្រោយ (មិនយក 0) នាំឱ្យ $b = 6 (27 \times 6 = 162)$	
ដូច្នេះ បួសគូបនៃ 178453547	563

ឧទាហរណ៍ ៣ : គណនាបួសគូបនៃ 143877824

បកស្រាយ : 143877824 \Rightarrow លទ្ធផលមាន 3 ខ្ទង់ (\overline{cba})

- ខ្ទង់ទី 1 (c) : ពិនិត្យ 143 តើវានៅចន្លោះណានៃតារាង គូប ?

$$5^3 = 125 < 143 < 6^3 = 216$$

មានន័យថាលទ្ធផលវានៅចន្លោះ 500 និង 600 (500s)

\Rightarrow ខ្ទង់ទី 1 (c) មានលេខ 5 ។

- ខ្ទង់ទី 3 (a) : ពិនិត្យលេខចុងក្រោយនៃ 143877824

មាន 4 ជាលេខចុងក្រោយ ត្រូវនឹងតារាងគូប $4^3 = 64$

\Rightarrow ខ្ទង់ទី 3 (a) មានលេខ 4

- ខ្ទង់ទី 2 (b) : ធ្វើផលដករវាង 143877824 និង 64 (4^3)

$$143877824 - 64 = 143877760 (\text{មិនយក } 0)$$

- ពិនិត្យលេខចុងក្រោយនៃ 14387776 មានលេខ 6 ជាលេខចុង

ក្រោយប្រើ $3a^2b = 3 \times 4^2 \times b = 48 \times b$ ដោយមានលេខចុងក្រោយ 6

$$\Rightarrow b = 2 (48 \times 2 = 96)$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{143877824} = 524$$

ដូច្នេះ

$\sqrt[3]{143877824} = 524$

ការបង្ហាញក្នុងតារាង គណនាបួសគូបនៃ 143877824

គណនាបួសគូបនៃ 143877824	
លទ្ធផលបួសគូបមាន 3 ខ្ទង់ (\overline{cba})	
ខ្ទង់ទី 1 (c) គឺ 5 ព្រោះ $5^3 = 125 < 143 < 6^3 = 216$	143877824
ខ្ទង់ទី 3 (a) គឺ 4 , ($4^3 = 64$)	$4^3 = 64$
$3a^2b = 3 \times 4^2 \times b = 48 \times b$ មានលេខខាងចុង 6 នៅបន្ទាប់ ពីខ្ទង់ចុងក្រោយ (មិនយក 0) នាំឱ្យ $b = 2$ ($48 \times 2 = 96$)	143877760
ដូច្នេះ បួសគូបនៃ 143877824	524

ឧទាហរណ៍ ៤ : គណនាបួសគូបនៃ 674526133

គណនាបួសគូបនៃ 674526133	
លទ្ធផលបួសគូបមាន 3 ខ្ទង់ (\overline{cba})	
ខ្ទង់ទី 1 (c) គឺ 8 ព្រោះ $8^3 = 512 < 674 < 9^3 = 729$	674526133
ខ្ទង់ទី 3 (a) គឺ 7 , ($7^3 = 343$)	$7^3 = 343$
$3a^2b = 3 \times 7^2 \times b = 147 \times b$ មានលេខខាងចុង 9 នៅបន្ទាប់ ពីខ្ទង់ចុងក្រោយ (មិនយក 0) នាំឱ្យ $b = 7$ ($147 \times 7 = 1029$)	674525790
ដូច្នេះ បួសគូបនៃ 674526133	877

ឧទាហរណ៍ ៥ : គណនាបួសគូបនៃ 921167317

គណនាបួសគូបនៃ 921167317	
លទ្ធផលបួសគូបមាន 3 ខ្ទង់ (\overline{cba})	
ខ្ទង់ទី 1(c) គឺ 9 ព្រោះ $9^3 = 729 < 921 < 10^3 = 1000$	921167317
ខ្ទង់ទី 3 (a) គឺ 3 , ($3^3 = 27$)	$3^3 = 27$
$3a^2b = 3 \times 3^2 \times b = 27 \times b$ មានលេខខាងចុង 9 នៅបន្ទាប់ ពីខ្ទង់ចុងក្រោយ (មិនយក 0) នាំឱ្យ $b = 7$ ($27 \times 7 = 189$)	921167290
ដូច្នេះ បួសគូបនៃ 921167317	973

ឧទាហរណ៍ ៦ : គណនាបួសគូបនៃ 180170657792

បកស្រាយ : 180170657792 \Rightarrow លទ្ធផលមាន 4 ខ្ទង់ (\overline{dcba})

- ខ្ទង់ទី 1 (d) : ពិនិត្យ 180 តើវានៅចន្លោះណានៃតារាងគូប ?

$$5^3 = 125 < 180 < 6^3 = 216$$

មានន័យថាលទ្ធផលគឺ 500s

\Rightarrow ខ្ទង់ទី 1(d) មានលេខ 5 ។

- ខ្ទង់ទី 4 (a) : ពិនិត្យលេខចុងក្រោយនៃ 180170657792

មាន 2 ជាលេខចុងក្រោយត្រូវនឹងតារាងគូប $8^3 = 512$

\Rightarrow ខ្ទង់ទី 4 (a) មានលេខ 8

- ខ្ទង់ទី 3 (b) : ធ្វើផលដករវាង 180170657792 និង $512(8^3)$

$$180170657792 - 512 = 180170657280 \text{ (មិនយក 0)}$$

- ពិនិត្យលេខចុងក្រោយនៃ 18017065728 មាន លេខ 8 ជាលេខ
ចុងក្រោយប្រើ $3a^2b = 3 \times 8^2 \times b = 192 \times b$ ដោយមានលេខចុង
ក្រោយ 8 $\Rightarrow b = 4$ ($192 \times 4 = 768$)

- ខ្ទង់ទី 2 (c) : ធ្វើផលដករវាង 18017065728 - 768 (8^3)
 $= 1801706496$ (មិនយក 0) មាន 6 ជាលេខចុងក្រោយ
ប្រើ $3a^2c + 3ab^2 = 3 \times 8^2 \times c + 3 \times 8 \times 4^2 = 192 \times c + 384$
 $\Rightarrow c = 6$ ($192 \times 6 + 384 = 1536$)

$$\Rightarrow \sqrt[3]{180170657792} = 5648, \text{ ដូច្នោះ } \sqrt[3]{180170657792} = 5648$$

ការបង្ហាញក្នុងតារាង គណនាបួសគូបនៃ 180170657792

គណនាបួសគូបនៃ 180170657792	
លទ្ធផលបួសគូបមាន 4 ខ្ទង់ (\overline{dcba})	
ខ្ទង់ទី 1(d) គឺ 5 ព្រោះ $5^3 = 125 < 180 < 6^3 = 216$	1801706572
ខ្ទង់ទី 4 (a) គឺ 8 , ($8^3 = 512$)	$8^3 = 512$
ខ្ទង់ទី 3 (b): $3a^2b = 3 \times 8^2 \times b = 192 \times b$ មានលេខខាងចុង 8 នៅបន្ទាប់ ពីខ្ទង់ចុងក្រោយ (មិនយក 0) នាំឱ្យ $b = 4$ ($192 \times 4 = 768$)	1801706578 (មិនយក 0)
ធ្វើផលដក 18017065728 - 768	768

<p>ប្រើ $3a^2c + 3ab^2 = 3 \times 8^2 \times c + 3 \times 8 \times 4^2$ $= 192 \times c + 384$ មានលេខខាងចុង 6 នៅបន្ទាប់ ពីខ្ទង់ចុងក្រោយ (មិនយក 0) នាំឱ្យ $c = 6$ ($192 \times 6 + 384 = 1536$)</p>	1801704960
ដូច្នេះ បួសគូបនៃ 180170657792	5648

ឧទាហរណ៍ ៧ : គណនាបួសគូបនៃ 45384685263

បកស្រាយ : 45384685263 \Rightarrow លទ្ធផលមាន 4 ខ្ទង់ (\overline{dcba})

- ខ្ទង់ទី 1 (d) : ពិនិត្យ 45 តើវានៅចន្លោះណានៃតារាង គូប ?

$$3^3 = 27 < 45 < 4^3 = 64$$

មានន័យថាលទ្ធផលនៅចន្លោះពី 3000 ដល់ 4000 គឺ 3000s

\Rightarrow ខ្ទង់ទី 1 (d) គឺ 3 ។

- ខ្ទង់ទី 4 (a) : ពិនិត្យលេខចុងក្រោយនៃ 45384685263

មាន 3 ជាលេខចុងក្រោយត្រូវនឹងតារាងគូប $7^3 = 343$

\Rightarrow ខ្ទង់ទី 4 (a) មានលេខ 7

- ខ្ទង់ទី 3 (b) : ធ្វើផលដករវាង 45384685263 - 343 (7^3)

$$= 45384684920 \text{ (មិនយក 0)}$$

\Rightarrow ពិនិត្យលេខចុងក្រោយនៃ 4538468492 មានលេខ 2

ជាលេខចុងក្រោយប្រើ $3a^2b = 3 \times 7^2 \times b = 147 \times b$ ដោយមាន

លេខខាងចុង 2 $\Rightarrow b = 6$ ($147 \times 6 = 882$)

- ខ្ទង់ទី 2 (c) : ធ្វើផលដករវាង 4538468492 - 882

$$= 453846761 \text{ (មិនយក 0) មាន 1 ជាលេខ}$$

$$\begin{aligned} \text{ចុងក្រោយប្រើ } 3a^2c + 3ab^2 &= 3 \times 7^2 \times c + 3 \times 7 \times 6^2 \\ &= 147 \times c + 756 \end{aligned}$$

ដោយវាមានលេខខាងចុង 1 $\Rightarrow c = 5$

$$(147 \times 5 + 756 = 1491)$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{4538468526} \ 3 = 3567$$

ដូច្នោះ $\sqrt[3]{4538468526} \ 3 = 3567$

ការបង្ហាញក្នុងតារាង គណនាបួសគូបនៃ 45384685263

គណនាបួសគូបនៃ 45384685263	
លទ្ធផលបួសគូបមាន 4 ខ្ទង់ (\overline{dcba})	\overline{dcba}
ខ្ទង់ទី 1(d) គឺ 3 ព្រោះ $3^3 = 27 < 45 < 4^3 = 64$	$\frac{4538468526}{3}$
ខ្ទង់ទី 4 (a) គឺ 7 , ($7^3 = 343$)	$7^3 = 343$
ខ្ទង់ទី 3 (b): $3a^2b = 3 \times 7^2 \times b = 147 \times b$ មានលេខខាងចុង 2 នៅបន្ទាប់ ពីខ្ទង់ចុងក្រោយ (មិនយក 0) នាំឱ្យ $b = 6$ ($147 \times 6 = 882$)	4538468492 (មិនយក 0)
ធ្វើផលដក 4538468492 - 882	882
ប្រើ $3a^2c + 3ab^2 = 3 \times 7^2 \times c + 3 \times 7 \times 6^2$ $= 147 \times c + 756$ មានលេខខាងចុង 1 នៅបន្ទាប់	453846761 (មិនយក 0)

ពីខ្ទង់ចុងក្រោយ (មិនយក 0) នាំឱ្យ $c = 5$ ($147 \times 5 + 756 = 1491$)	
ដូច្នោះ បួសគូបនៃ 180170657792	3567

ចំណាំ : (Notes)

ក្នុងការប្រើ $3ab^2$ រឺ $3a^2c + 3ab^2$ ដើម្បីកំណត់រកតួ b រឺ c នោះ
 វាអាចមានចម្លើយពីរដែលមានលេខខាងចុងដូចគ្នា ដូច្នោះយើងត្រូវ
 តែឈ្លៀសវៃ តើគួររើសយកចម្លើយមួយណា ដែលសមរម្យហើយ
 ត្រឹមត្រូវច្បាស់លាស់ វិធីដែលល្អសំខាន់គឺយើងប្រើ inter sum for
 verifying the result.

B₄-លំហាត់អនុវត្តន៍:គណនាបួសគូបនៃចំនួនខាងក្រោម :		
a- 941192	d- 40353607	g- 180362125
b- 474552	e- 91733851	h- 480048687
c- 14348907	f- 961504803	i- 1879080904

« យើងទាំងអស់គ្នាត្រូវតែគិតពីអនាគត
 ព្រោះយើងត្រូវចំណាយជីវិតនៅទីនោះ »

ជំពូក ៥

ការកំណត់លេខចុងក្រោយ

Finding the last digit



ការកំណត់លេខចុងក្រោយ
(Finding the last digit)

ចំនួន $0 ; 1 ; 2 ; 3 ; \dots ; 9$ មានលក្ខណៈពិសេសចំពោះស្វ័យគុណរបស់ពួកគេ។ ដោយប្រើលក្ខណៈទាំងអស់នេះយើងអាចកំណត់យ៉ាងច្បាស់អំពីលេខចុងក្រោយនៅក្នុងប្រមាណវិធីគុណ រឺស្វ័យគុណជាច្រើន ។

A- របៀបរកលេខចុងក្រោយនៃចំនួនទម្រង់ a^b , $1 < a \leq 9$

• ស្វ័យគុណគោល 2

ឧទាហរណ៍ ១ : រកលេខចុងក្រោយនៃ 2^{2012}

ពិនិត្យ : $2^1 = 2$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 2

$2^2 = 4$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 4

$2^3 = 8$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 8

$2^4 = 16$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 6


$2^5 = 32$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 2

$2^6 = 64$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 4

$2^7 = 128$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 8

$2^8 = 256$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 6

សង្កេតឃើញថាវាមានខួប 4 :

	គេទាញបានលក្ខណៈដូចតទៅ :
2^{4n+1}	មានលេខខាងចុងគឺ 2
2^{4n+2}	មានលេខខាងចុងគឺ 4
2^{4n+3}	មានលេខខាងចុងគឺ 8
2^{4n+4} រឺ 2^{4n}	មានលេខខាងចុងគឺ 6

$\Rightarrow 2^{2012} = 2^{4 \times 503}$ មានលេខខាងចុងគឺ 6

ដូច្នេះ: 2^{2012} មានលេខខាងចុងគឺ 6

• ស្វ័យគុណគោល 3

ឧទាហរណ៍ ២ : រកលេខចុងក្រោយនៃ 3^{20012}

ពិនិត្យ : $3^1 = 3$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 3

$3^2 = 9$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 9

$3^3 = 27$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 7

$3^4 = 81$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 1


$3^5 = 243$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 3

$3^6 = 729$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 9

$3^7 = 2187$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 7

$3^8 = 6561$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 1

សង្កេតឃើញថាវាមានខួប 4 :

	គេទាញបានលក្ខណៈដូចតទៅ :
3^{4n+1}	មានលេខខាងចុងគឺ 3
3^{4n+2}	មានលេខខាងចុងគឺ 9
3^{4n+3}	មានលេខខាងចុងគឺ 7
3^{4n+4} ឬ 3^{4n}	មានលេខខាងចុងគឺ 1

$\Rightarrow 3^{200013} = 3^{4 \times 50003 + 1}$ មានលេខខាងចុងគឺ 3

ដូច្នោះ 3^{200013} មានលេខខាងចុងគឺ 3

• ស្វ័យគុណគោល 7

ឧទាហរណ៍ ៣ : រកលេខចុងក្រោយនៃ 7^{19889}

ពិនិត្យ : $7^1 = 7$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 7

$7^2 = 49$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 9

$7^3 = 343$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 3

$7^4 = 2401$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 1


$7^5 = 16807$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 7

$7^6 = 117649$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 9

$7^7 = 823543$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 3

$7^8 = 5764801$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 1

សង្កេតឃើញថាវាមានខួប 4 :

 គេទាញបានលក្ខណៈដូចតទៅ :

7^{4n+1}	មានលេខខាងចុងគឺ 7
7^{4n+2}	មានលេខខាងចុងគឺ 9
7^{4n+3}	មានលេខខាងចុងគឺ 3
7^{4n+4} រឺ 7^{4n}	មានលេខខាងចុងគឺ 1

$\Rightarrow 7^{19889} = 7^{4 \times 4972 + 1}$ មានលេខខាងចុងគឺ 7

ដូច្នោះ 3^{200013} មានលេខខាងចុងគឺ 7

• ស្វ័យគុណគោល 8

ឧទាហរណ៍ ៤ : រកលេខចុងក្រោយនៃ 8^{88887}

ពិនិត្យ : $8^1 = 8$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 8

$8^2 = 64$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 4

$8^3 = 512$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 2

$8^4 = 4096$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 6


$8^5 = 32768$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 8

$8^6 = 262144$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 4

$8^7 = 2097152$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 2

$8^8 = 16777216$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 6

សង្កេតឃើញថាវាមានខួប 4 :

	គេទាញបានលក្ខណៈដូចតទៅ :
8^{4n+1}	មានលេខខាងចុងគឺ 8
8^{4n+2}	មានលេខខាងចុងគឺ 4
8^{4n+3}	មានលេខខាងចុងគឺ 2
8^{4n+4} ឬ 8^{4n}	មានលេខខាងចុងគឺ 6

$\Rightarrow 8^{88887} = 8^{4 \times 22221 + 3}$ មានលេខខាងចុងគឺ 2

ដូច្នោះ 8^{88887} មានលេខខាងចុងគឺ 2

• ស្វ័យគុណគោល 4

ឧទាហរណ៍ ៥ : រកលេខចុងក្រោយនៃ 4^{2112}

ពិនិត្យ : $4^1 = 4$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 4

$4^2 = 16$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 6

$4^3 = 64$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 4


$4^4 = 256$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 6

$4^5 = 1024$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 4

$4^6 = 4096$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 6

$4^7 = 16384$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 4

$4^8 = 65536$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 6

 គេទាញបានលក្ខណៈដូចតទៅ :

4^{2n+1} មានលេខខាងចុងគឺ 4

4^{2n} មានលេខខាងចុងគឺ 6

$\Rightarrow 4^{2112} = 4^{2 \times 1056}$ មានលេខខាងចុងគឺ 6

ដូច្នេះ 4^{2112} មានលេខខាងចុងគឺ 6

• ស្វ័យគុណគោល 9

ឧទាហរណ៍ ៦ : រកលេខចុងក្រោយនៃ 9^{2497}

ពិនិត្យ : $9^1 = 9$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 9

$9^2 = 81$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 1

$9^3 = 729$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 9


$9^4 = 6561$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 1

$9^5 = 59049$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 9

$9^6 = 531441$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 1

$9^7 = 4782969$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 9

$9^8 = 43046721$ មានលេខចុងក្រោយគឺ លេខ 1

 គេទាញបានលក្ខណៈដូចតទៅ :

9^{2n+1} មានលេខខាងចុងគឺ 9

9^{2n} មានលេខខាងចុងគឺ 1

$\Rightarrow 9^{2497} = 9^{2 \times 1248 + 1}$ មានលេខខាងចុងគឺ 9

ដូច្នេះ 9^{2497} មានលេខខាងចុងគឺ 9

ឧប្បទាន :

• ស្វ័យគុណគោល 5

5^n មានលេខខាងចុងគឺ 5 , $n \in \mathbb{N}^*$

ឧ. 5^{2009} មានលេខខាងចុងគឺ 5

• ស្វ័យគុណគោល 6

6^n មានលេខខាងចុងគឺ 6 , $n \in \mathbb{N}^*$

ឧ. 6^{7777} មានលេខខាងចុងគឺ 6

A₅- លំហាត់អនុវត្តន៍: រកលេខចុងក្រោយបង្អស់នៃ:

a- 8^{2222}	e- 6^{231086}
b- 5^{55551}	f- 7^{98765}
c- 4^{123456}	g- 2^{20647}
d- 9^{200672}	h- 3^{13579}

B- របៀបរកលេខចុងក្រោយនៃចំនួនទម្រង់ N^k

ដើម្បីរកលេខចុងក្រោយនៃចំនួន $A = a^b$ ដែលមាន $a > 0$

គេអនុវត្តន៍ដូចខាងក្រោម :

- ត្រូវបំបែកចំនួន a ឱ្យមានរាង : $a = 10q + r$ ($r < 10$)

$\Rightarrow A = (10q + r)^b$

សង្កេតរូបមន្តទ្វេធាញតុន :

$(a + b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1}b + C_n^2 a^{n-2}b^2 + \dots + C_n^n b^n$

$$(a + b)^n = a (C_n^0 a^{n-1} + \dots + C_n^{n-1} b^{n-1}) + b^n \quad (C_n^n = 1)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{q_n}$

$$(a + b)^n = aq_n + b^n$$

$$\Rightarrow A = a^n = (10q + r)^b = 10q \cdot q'_n + r^b$$

ដោយចំនួន $10q_n$ មានលេខចុងក្រោយគឺ 0

ដូច្នោះ ចំនួន $A = a^b$ ត្រូវមានលេខចុងក្រោយដូច r^b

- រូបមន្តស្វ័យគុណនៃ 0 ; 1 ; 5 ; 6 : ប្រសិនបើលេខខ្ទង់រាយ 0; 5; 6 នៅពេលដែលលើកជាស្វ័យគុណ ជាចំនួនវិជ្ជមាន នោះ លេខខាងចុងមានលេខទៅតាមលេខខ្ទង់រាយ (0 ; 5 ; 6) លើក ជាស្វ័យគុណ ។

ឧទាហរណ៍ : លេខខាងចុងនៃ $(720)^n$ គឺ 0 ; $n \in \mathbb{N}$

លេខខាងចុងនៃ $(271)^n$ គឺ 1 ; $n \in \mathbb{N}$

លេខខាងចុងនៃ $(955)^n$ គឺ 5 ; $n \in \mathbb{N}$

លេខខាងចុងនៃ $(1026)^n$ គឺ 6 ; $n \in \mathbb{N}$

- រូបមន្តស្វ័យគុណនៃ 2 ; 3 ; 7 ; 8 : ស្វ័យគុណនៃចំនួនមួយ ដែលមានលេខខ្ទង់រាយ 2 ; 3 ; 7 ; 8 ចំនួននោះ ត្រូវមាន លេខខាង ចុង ដូចគ្នារៀងរាល់ចំនួននោះមានខួប 4 ។

- ចំពោះខ្ទង់រាយមានលេខ 2 ($N = 2$)

បើ $k = 1$ មានលេខខាងចុងនៃ N^k គឺ 2

បើ $k = 2$ មានលេខខាងចុងនៃ N^k គឺ 4

បើ $k = 3$ មានលេខខាងចុងនៃ N^k គឺ 8

បើ $k = 4$ មានលេខខាងចុងនៃ N^k គឺ 6

- ចំពោះខ្ទង់រាយមានលេខ 3 ($N = 3$)

បើ $k = 1$ មានលេខខាងចុងនៃ N^k គឺ 3

បើ $k = 2$ មានលេខខាងចុងនៃ N^k គឺ 9

បើ $k = 3$ មានលេខខាងចុងនៃ N^k គឺ 7

បើ $k = 4$ មានលេខខាងចុងនៃ N^k គឺ 1

- ចំពោះខ្ទង់រាយមានលេខ 7 ($N = 7$)

បើ $k = 1$ មានលេខខាងចុងនៃ N^k គឺ 7

បើ $k = 2$ មានលេខខាងចុងនៃ N^k គឺ 9

បើ $k = 3$ មានលេខខាងចុងនៃ N^k គឺ 3

បើ $k = 4$ មានលេខខាងចុងនៃ N^k គឺ 1

- ចំពោះខ្ទង់រាយមានលេខ 8 ($N = 8$)

បើ $k = 1$ មានលេខខាងចុងនៃ N^k គឺ 8

បើ $k = 2$ មានលេខខាងចុងនៃ N^k គឺ 4

បើ $k = 3$ មានលេខខាងចុងនៃ N^k គឺ 2

បើ $k = 4$ មានលេខខាងចុងនៃ N^k គឺ 6

- រូបមន្តស្វ័យគុណនៃ 4: ប្រសិនបើលេខខាងចុង (ខ្ទង់រាយ) មានលេខ 4 ($N = 4$) ហើយស្វ័យគុណ នៃចំនួននោះ ជាស្វ័យគុណសេសនោះ មានលេខខាងចុង គឺ លេខ 4 ប៉ុន្តែបើស្វ័យគុណនៃចំនួននោះ ជាស្វ័យគុណគូ នោះមាន លេខខាងចុងគឺ លេខ 6 ។

- រូបមន្តស្វ័យគុណនៃ 9: ប្រសិនបើលេខខាងចុង (ខ្ទង់រាយ) មានលេខ 9 ($N = 9$) ហើយស្វ័យគុណ នៃចំនួននោះ ស្វ័យគុណគូនោះមានលេខខាងចុងគឺលេខ 1 ប៉ុន្តែបើស្វ័យគុណ នៃ ចំនួននោះ ជាស្វ័យគុណ សេស នោះមានលេខខាងចុងគឺលេខ 9 ។

ឧទាហរណ៍ ១ : រកលេខចុងក្រោយបង្អស់នៃ 231086^{1986}

$$\begin{aligned} \text{តាមទ្វេធាត្យតុន: } 231086^{1986} &= (231080+6)^{1986} \\ &= 231080 \cdot q_n + 6^{1986} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 231086^{1986} \text{ មានលេខចុងក្រោយបង្អស់ដូច } 6^{1986}$$

⇒ 6^{1986} មានលេខចុងក្រោយបង្អស់គឺ 6

⇒ 231086^{1986} មានលេខចុងក្រោយបង្អស់គឺ 6

ដូច្នោះ: 231086^{1986} មានលេខចុងក្រោយបង្អស់គឺ 6

ឧទាហរណ៍ ២ : រកលេខចុងក្រោយបង្អស់នៃ 200672^{210}

តាមទ្វេធាញ្ញតុន: $200672^{210} = (200670+2)^{210}$
 $= 200670 \cdot q_n + 2^{210}$

⇒ 200672^{210} មានលេខចុងក្រោយបង្អស់ដូច 2^{210}

⇒ $2^{210} = 2^{4 \times 52 + 2}$ មានលេខចុងក្រោយបង្អស់គឺ 4

⇒ 200672^{210} មានលេខចុងក្រោយបង្អស់គឺ 4

ដូច្នោះ: 200672^{210} មានលេខចុងក្រោយបង្អស់គឺ 4

ឧទាហរណ៍ ៣: រកលេខចុងក្រោយបង្អស់នៃ

$$A = 12345^{67890} + 999!$$

តាមទ្វេធាញ្ញតុន: $12345^{67890} = (12340+5)^{67890}$
 $= 12340 \cdot q_n + 5^{67890}$

⇒ 12345^{67890} មានលេខចុងក្រោយបង្អស់ដូច 5^{67890}

⇒ 5^{67890} មានលេខចុងក្រោយបង្អស់គឺ 5

⇒ 12345^{67890} មានលេខចុងក្រោយបង្អស់គឺ 5

តែ $999! = 1.2.3.4.5 \dots 999$ មានន័យថាវាមានលេខខាងចុង 0

ដូច្នោះ: $A = 12345^{67890} + 999!$ មានលេខចុងក្រោយបង្អស់គឺ 5

➤ សំគាល់ : $n!$ មានលេខខាងចុងក្រោយបង្អស់ស្មើនឹង 0

ចំពោះគ្រប់ $n \geq 5$

ឧ. 2009! មានលេខខាងចុងក្រោយបង្អស់គឺ 0

B₅- លំហាត់អនុវត្តន៍: រកលេខចុងក្រោយបង្អស់នៃ:

a- 257^{60}

b- $87! + 3^{65}$

c- $2010^{2011} + 2011^{2012}$

d- 153^{266}

e- $201^{72} + 4! + 72!$

f- $9^{2k+1} + 5, k \in \mathbb{N}$

« ចូរអង្គុយលើបេះដូងមនុស្ស
តែកុំអង្គុយលើក្បាលមនុស្ស »

ជំពូក ៦

តារាងចែកជាចំនែមួយ

ចំនួនគត់

**Divisibility rules of Some
integers**



ភាពចែកដាច់នៃមួយចំនួនគត់

(Divisibility rules of Some intergers)

- ភាពចែកដាច់នឹង 2 : មួយចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 2 ប្រសិនបើ
លេខខាងចុងនៃចំនួននោះជាចំនួនគូ ។
- ភាពចែកដាច់នឹង 3 : មួយចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 3 ប្រសិន
បើផលបូកលេខនៃចំនួននោះជាចំនួន
ដែលចែកដាច់នឹង 3 ។
- ភាពចែកដាច់នឹង 4 : មួយចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 4 ប្រសិនបើ
វាមានលេខខាងចុងពីរខ្ទង់ចែកដាច់នឹង 4
រឺលេខចុងពីរខ្ទង់ស្មើនឹងសូន្យ 00 ។
- ភាពចែកដាច់នឹង 5 : មួយចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 5 ប្រសិនបើ
វាមានលេខខាងចុង 0 រឺ 5 ។
- ភាពចែកដាច់នឹង 6 : មួយចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 6 ប្រសិន
បើចំនួននោះចែកដាច់នឹង 2 និង 3 ផង ។
- ភាពចែកដាច់នឹង 8 : មួយចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 8 ប្រសិន
បើបីលេខខាងចុងជាចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 8 ។
- ភាពចែកដាច់នឹង 9 : មួយចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 9 ប្រសិន

បើផលបូកលេខនៃចំនួននោះជាចំនួន
ដែលចែកដាច់នឹង 9 ។

- ភាពចែកដាច់នឹង 10 : មួយចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 10 ប្រសិន
បើវាមានលេខខាងចុងគឺ លេខ 0 ។

- ភាពចែកដាច់នឹង 11 : មួយចំនួន $b = a_k \dots a_3 a_2 a_1 a_0$
ជាចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 11 ប្រសិនបើ:
 $[(a_0 + a_2 + a_4 + \dots) - (a_1 + a_3 + a_5 + \dots)]$
ជាចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 11 ។

A- វិធីចែកអឺគ្លីតក្នុងសំណុំ \mathbb{N}^* :

បើចំនួនវិជ្ជមាន a ចែកនឹងចំនួនវិជ្ជមាន $b (a > b)$ ឱ្យផលចែក q
និងសំណល់ r នោះ គេបានទំនាក់ទំនង :

$$a = bq + r \quad \text{ដែល } 0 \leq r < b$$

a : ជាតំណាង

b : ជាតួចែក

r : ជាសំណល់

វិញ្ញាបនបត្រ : បើ $r = 0$ នោះ $a = bq$ គេថាចំនួន a ចែកដាច់នឹង b

ទ្រឹស្តីបទ : បើចំនួនគត់ a ចែកដាច់នឹងចំនួនគត់ b នោះ a
គឺជាពហុគុណនៃចំនួន b ។

ឧ. $A = 22 \times 178 \Rightarrow A$ ជាចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 22

រឿង A ចែកដាច់នឹង 22 នោះ A ជាពហុគុណនៃ 22 ។

ឧទាហរណ៍ ១ : ចូរបង្ហាញថា $D = 3^{3n+1} + 6^{n+1}$ ចែកដាច់នឹង 9

បកស្រាយ :

$$\begin{aligned} \text{គេមាន : } D &= 3^{3n+1} + 6^{n+1} = 3 \cdot 3^{3n} + 6 \cdot 6^n \\ &= 3 \cdot 27^n + 6 \cdot 6^n = 3(21+6)^n + 6 \cdot 6^n \\ &= 3(21q + 6^n) + 6 \cdot 6^n \quad (\text{តាមទ្រឹស្តីប្រូតូស}) \\ D &= 63q + 3 \cdot 6^n + 6 \cdot 6^n = 63q + 9 \cdot 6^n = 9(7q + 6^n) \end{aligned}$$

⇒ D ចែកដាច់នឹង 9

ដូច្នេះ

$$D = 3^{3n+1} + 6^{n+1} \text{ ចែកដាច់នឹង } 9$$

ឧទាហរណ៍ ២ : ចូរបង្ហាញថា $E = 10^{2n+1} + 12^n$ ចែកដាច់នឹង 11

បកស្រាយ :

$$\begin{aligned} \text{គេមាន : } E &= 10^{2n+1} + 12^n = 10 \cdot 100^n + 12^n \\ &= 10 (88 + 12)^n + 12^n \\ &= 10 \cdot 88q + 10 \cdot 12^n + 12^n \\ &= 11 \cdot 80q + 11 \cdot 12^n \\ E &= 11 (80q + 12^n) \end{aligned}$$

⇒ E ជាចំនួនចែកដាច់នឹង 11

ដូច្នេះ

$$E = 10^{2n+1} + 12^n \text{ ចែកដាច់នឹង } 11$$

A₆-លំហាត់អនុវត្តន៍: បង្ហាញថា

- 1- តើ 180829 ជាចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 11 រឺ ទេ ?
- 2- តើ 435627 ជាចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 11 រឺ ទេ ?
- 3- គេមានលេខ 4 ខ្ទង់គឺ 12a3 ជាចំនួន ដែលចែកដាច់នឹង 11 ។ រកតម្លៃលេខនៃ a ។
- 4- $A = 2^{n+2} + 3^{2n+1}$ ចែកដាច់នឹង 7
- 5- $A = 9^{n+1} + 2^{6n+1}$ ចែកដាច់នឹង 11

B- របៀបរកសំណល់នៃវិធីចែក :

គេឱ្យចំនួន $A = a^b$ $a, b \in \mathbb{N}^*$

ចូររកសំណល់ ផលចែករវាង A និង c ($c \in \mathbb{N}^*$), សន្មត់ $a > c$

⇨ របៀបរក :

- ត្រូវសរសេរ $a = cq + r$ ដែល ($0 < r < c$)

- ចំនួន A អាចសរសេរ : $A = (cq + r)^b$
 $= (cq_1 + r^b)$

- ត្រូវបំបែក $b = \alpha k + \varepsilon$ ($0 < \varepsilon < \alpha$)

$$\begin{aligned}
 A &= cq_1 + r^{\alpha k + \varepsilon} \\
 &= cq_1 + (r^\alpha)^k \cdot r^\varepsilon, \text{ ដែល } r^\alpha = (c\theta + 1) \\
 &= cq_1 + (c\theta + 1)^k \cdot r^\varepsilon
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= cq_1 + (cq_2 + 1^k).r^\varepsilon = cq_1 + cq_2.r^\varepsilon + r^\varepsilon \\
 &= c \underbrace{(q_1 + q_2.r^\varepsilon)}_{q_3} + r^\varepsilon \\
 &= cq_3 + r^\varepsilon \quad \text{ដែល } 0 < r^\varepsilon < c
 \end{aligned}$$

$\Rightarrow A$ ចែកនឹង c ឱ្យសំណល់ r^ε ដូច្នោះ $R = r^\varepsilon$

ឧទាហរណ៍ ១ : រកសំណល់នៃ 7^{23} ចែកនឹង 3

បកស្រាយ : $7 \equiv 1 \quad (\text{តាម } 3)$

$$7^{23} \equiv 1 \quad (\text{តាម } 3)$$

ដូច្នោះ សំណល់នៃ 7^{23} ចែកនឹង 3 គឺ 1

ឧទាហរណ៍ ២ : រកសំណល់នៃ $328 + 6^{41}$ ចែកនឹង 4

បកស្រាយ : 328 ចែកនឹង 4 អោយសំណល់ 0

$$6 \equiv 2 \quad (\text{តាម } 4)$$

$$6^2 \equiv 0 \quad (\text{តាម } 4)$$

$$6^{40} \equiv 0 \quad (\text{តាម } 4)$$

$$\times \quad \underline{6 \equiv 0 \quad (\text{តាម } 4)}$$

$$6^{41} \equiv 0 \quad (\text{តាម } 4)$$

ដូច្នោះ $328 + 6^{41}$ ចែកនឹង 4 ឱ្យសំណល់ 0

ឧទាហរណ៍ ៣ : រកសំណល់នៃ $17^6 \times 39^3$ ចែកនឹង 7

បកស្រាយ : $17 \equiv 3 \pmod{7}$ (តាម 7)

$$17^6 \equiv 3^6 \pmod{7} \quad (\text{តាម 7})$$

$$3^2 \equiv 2 \pmod{7} \quad (\text{តាម 7})$$

$$3^6 \equiv 2^3 \equiv 1 \pmod{7} \quad (\text{តាម 7})$$

$$\Rightarrow 17^6 \equiv 3^6 \equiv 1 \pmod{7} \quad (\text{តាម 7})$$

ហើយ $39 \equiv 4 \pmod{7}$ (តាម 7)

$$39^3 \equiv 4^3 \equiv 1 \pmod{7} \quad (\text{តាម 7})$$

$$\Rightarrow 17^6 \cdot 39^3 \equiv 1 \pmod{7} \quad (\text{តាម 7})$$

ដូច្នេះ

$$17^6 \times 39^3 \text{ ចែកនឹង } 7 \text{ ឱ្យសំណល់ } 1$$

B₆- លំហាត់អនុវត្តន៍ :

- 1- បើ $a = 22492$ និង $b = 4446724$ ។ រកសំណល់នៃ $a \times b$ នៅពេលវាចែកនឹង 9 ។
- 2- រកសំណល់នៃ 23^{140} ចែកនឹង 9 ។
- 3- រកសំណល់នៃ $17^6 \cdot 39^3$ ចែកនឹង 4 ។
- 4- រកសំណល់នៃ $7^{16} + 9^{23}$ និង $13^{46} + 7^{95}$ ចែកនឹង 5 ។
- 5- រកសំណល់នៃ $6 \cdot 7^{83} + 3^{2n+1} \cdot 5^{2n+10} + 7$
និង $17^{143} + 14^{126}$ ចែកនឹង 6 ។

« មិនដែលមានជោគជ័យដ៏អស្ចារ្យណាកើតឡើង
ដោយគ្មានគ្រោះថ្នាក់ ឬឧបសគ្គនោះទេ »

ជំពូក ៧

កំសាន្តគណិតវិទ្យា

Game of Mathematics



កំសាន្ត គណិតវិទ្យា

(Game of Mathematics)

A- ការបង្ហាញ The Magic 1089

The Magic 1089 គឺជាល្បែងនៃការដក_បូកលេខ 3 ខ្ទង់ខុសៗគ្នាតាមលំដាប់កើន រឺចុះ (Ex : 851 រឺ 973) ដោយរក្សាចម្លើយតែមួយគត់ 1089 បន្ទាប់មកនេះអស់លោកអ្នក តាមដានដំណើរ ការដក_បូក លេខ 3 ខ្ទង់ទាំងនោះ :

១. សរសេរលេខ 3 ខ្ទង់តាមលំដាប់កើន រឺចុះ (Ex. 851 រឺ 973)

២. សរសេរលេខបញ្ជ្រាស់ខ្ទង់ (Ex. 851 ទៅ 158)

រួចធ្វើផលដករវាងលេខខាងដើមនិងលេខបញ្ជ្រាស់ខ្ទង់

ទាំងនោះគឺ: $851 - 158 = 693$

៣. បន្ទាប់មកចម្លើយបូកបន្ថែមនឹងបញ្ជ្រាស់របស់វាគឺ

$$693 + 396 = 1089$$

$$\begin{array}{r} 851 \\ - 158 \\ \hline 693 \\ + 396 \\ \hline 1089 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 973 \\ - 379 \\ \hline 594 \\ + 495 \\ \hline 1089 \end{array}$$

ហេតុអ្វី ?????

ហេតុអ្វី ?????

ដើម្បីបកស្រាយនៅអាថ៌កំបាំងខាងលើនេះ ពិនិត្យនៅការ
បកស្រាយខាងក្រោមនេះ :

យក \overline{abc} ជាលេខ 3 ខ្ទង់ដែល ($a > b > c$ រឺ $a < b < c$)

គេសរសេរ : $100a + 10b + c$ (\overline{abc})

បញ្ជ្រាស់ខ្ទង់របស់វាគឺ $100c + 10b + a$ (\overline{cba})

ធ្វើផលដករវាងចំនួន \overline{abc} និង \overline{cba} គឺ :

$$100a + 10b + c - (100c + 10b + a) = 100(a-c) + (c - a) \\ = 99 (a-c)$$

ជាពហុគុណនៃ 99 ដែល $a > c$

ដូច្នោះ : ចំនួនដែលជាពហុគុណនៃ 99 មាន 198 ; 297 ;

396 ; 495 ; 594 ; 693 ; 792 រឺ 891 ។

ចំនួននីមួយៗសុទ្ធតែមានបញ្ជ្រាស់ខ្ទង់របស់វានៅក្នុងពហុគុណនៃ
99

ដូចជា : 198 បញ្ជ្រាស់ខ្ទង់របស់វាគឺ 891

297 បញ្ជ្រាស់ខ្ទង់របស់វាគឺ 792

ដំណាក់កាលបន្ទាប់ធ្វើផលបូករវាងចំនួនបញ្ជ្រាស់ខ្ទង់គេបាន :

$$198 + 891 = 1089$$

$$297 + 792 = 1089$$

$$396 + 693 = 1089$$

$$495 + 594 = 1089$$

ដូច្នោះ ទោះបីជាដក. បូកចំនួនខ្ទង់ខុសៗគ្នា យ៉ាងណាក៏ដោយ

ក៏នៅរក្សាតម្លៃ 1089 ជានិច្ច ។

B - របៀបរកលេខដែលលាក់មួយខ្ទង់ (Missing-digit tricks)

បញ្ជាក់ : ចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 9 លុះត្រាតែផលបូកលេខ នៃ ចំនួននោះចែកដាច់នឹង 9 ។

ឧទាហរណ៍ : 1089 គឺ $1 + 0 + 8 + 9 = 18$ ចែកដាច់នឹង 9

⇒ 1089 ជាចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 9 រឺជាពហុគុណ 9

គេមាន ផលគុណ : $1089 \times 256 = 278784$

278784 ជាលទ្ធផលដែលបានមកពីការគុណរវាង 256

និងពហុគុណនៃ 9 ។

ដូច្នេះ បើអស់លោកអ្នកចង់លាក់ខ្ទង់ណាមួយនៅក្នុងលទ្ធផល 278784 គឺអាចធ្វើទៅបាន ហើយឱ្យនរណាម្នាក់ទាយលេខដែល បាត់នោះ ។

EX : $1089 \times 256 = 27\boxed{}784$

បើយើងចង់លាក់លេខណាមួយនោះ យើងគ្រាន់តែឱ្យគេដឹង លេខ ក្រៅពីលេខដែលយើងលាក់គឺ 2 ; 7 ; 7 ; 8 ; 4 នោះដើម្បី រកលេខដែលបាត់គេអនុវត្តន៍ដូចខាងក្រោម :

$$2 + 7 + 7 + 8 + 4 = 28$$

តើ 28 ខ្លះប៉ុន្មានទើបវាអាចជាពហុគុណនៃ 9 ?

ដូច្នេះ លេខដែលលាក់គឺលេខ 8 = $1089 \times 256 = 27\boxed{8}784$

ចំណាំ : ករណីផលបូកលេខដែលយើងដឹងជាពហុគុណ នៃ 9 ហើយនោះយើងមិនចាប់បន្ថែមក៏បាន (0) រឺយើងបន្ថែមនឹង 9 មានន័យថាចម្លើយអាចមានពីរគឺ 0 រឺ 9 ។

EX: ដោយមិនចាប់គណនាចូររំពេញលេខក្នុងប្រអប់ខាងក្រោម :

ក. $1089 \times 327 = 3 \square 6103$

ខ. $1089 \times 207 = \square 13586$

ចម្លើយ

ក. $1089 \times 327 = 3 \square 6103$

ដោយ $3 + 6 + 1 + 0 + 3 = 13$

\Rightarrow ពហុគុណនៃ $9 - 13 = 18 - 13 = 5$

ដូច្នោះ $1089 \times 327 = 3 \boxed{5}6103$

ខ. $1089 \times 207 = \square 13586$

ដោយ $1 + 3 + 5 + 8 + 6 = 23$

\Rightarrow ពហុគុណនៃ $9 - 23 = 27 - 23 = 4$

ដូច្នោះ $1089 \times 207 = \boxed{4} 13586$

ប្រតិបត្តិ : ចូររំពេញលេខដែលបាត់ ក្នុងប្រអប់ខាងក្រោម :

ក. $2007 \times 182 = 365 \square 74$

ខ. $1953 \times 1752 = 3 \square 21656$

គ. $525492 \times 163 = \square 5655196$

ឃ. $93178 \times 180 = 16772 \square 40$

ចម្លើយ : ក. $\square 2$, ខ. $\square 4$ គ. $\square 8$ ឃ. $\square 0$

B-លំហាត់អនុវត្តន៍: ដោយមិនបាច់គណនា ចូរបំពេញលេខ
ដែលបាត់ក្នុងប្រអប់ខាងក្រោមនេះ :

a- $3456 \times 123 = 425 \square 88$
 b- $9876 \times 54 = \square 33304$
 c- $200672 \times 18 = \square 612096$
 d- $19998 \times 512 = 1023 \square 976$
 e- $231086 \times 198 = 457 \square 5028$
 f- $2310 \times 41976 = 96964 \square 60$
 g- $111111 \times 34 = 3 \square 777842$
 h- $222 \times 55557 = 12 \square 33654$
 i- $2009 \times 9009 = 18099 \square 81$
 j- $3024 \times 4203 = 12 \square 09872$

C-ការបង្ហាញពី Magic squares.

Magic squares គឺជាក្បួននៃការបង្កើតការេ ដោយដាក់លេខ
ក្នុង ប្រអប់ឱ្យផលបូកលេខតាមជួរដេក ជួរឈរ និង អង្កត់ទ្រូង នៃ
ការេស្មើគ្នា ។

ពិនិត្យឧទាហរណ៍ខាងក្រោម :

ឧទាហរណ៍ ១ : គេមានការេមួយដោយមានប្រអប់ទាំងអស់ 16

(4-by 4 grid) ដាក់លេខក្នុងប្រអប់នោះពីលេខ 1 ដល់ 16 ដើម្បីឱ្យផលបូកលេខតាមជួរដេក ជួរឈរ និងអង្កត់ទ្រូងស្មើនឹង 34 នេះជាការបង្ហាញឧទាហរណ៍គំរូ ។

Original Magic Squares

8	11	14	1
13	2	7	12
3	16	9	6
10	5	4	15

= 34

បន្ទាប់មកអស់លោកអ្នកអាចកំនត់ផលបូកលេខដែលចង់បានដោយខ្លួនឯងដែលមានចំនួនលើសពី 34 ដូចជា 42 ; 65 ; 73 ; 90 ;.... ។

ឧទាហរណ៍ ២ : គេមានការេមួយ ដោយមានប្រអប់ទាំងអស់ 16 (4-by- 4 grid) ដាក់លេខក្នុងប្រអប់នោះ ដើម្បីឱ្យផលបូកលេខតាមជួរដេក ជួរឈរ និងអង្កត់ទ្រូងស្មើនឹង 42 ។

Original Magic Squares

Magic squares of 42

8	11	14	1
13	2	7	12
3	16	9	6
10	5	4	15

= 34 ⇒

10	13	16	3
15	4	9	14
5	18	11	8
12	7	6	17

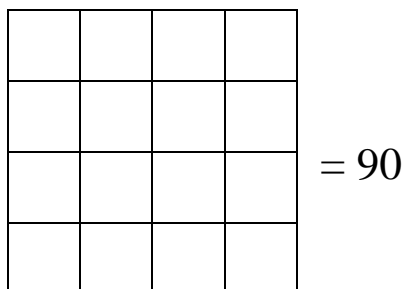
= 42

ដំបូងយើងត្រូវយកចំនួនដែលយើងកំនត់គឺ $42 - 34 = 8$

- ធ្វើផលចែកនៃផលដករវាងចំនួនទាំងពីរនោះនឹង 4 គឺ $8 \div 4 = 2$
ចំនួន 2 បានន័យថាជាចំនួនដែលត្រូវបន្ថែមក្នុងប្រអប់នីមួយៗ
នៃការេ (4- by -4 grid) នៅឧទាហរណ៍ ១ ។

ឧទាហរណ៍ ៣ : បំពេញលេខក្នុងប្រអប់ខាងក្រោម ដើម្បីឱ្យ

ផលបូក លេខតាមជួរដេក ជួរឈរ និងអង្កត់ទ្រូងស្មើនឹង 90 ។



- យកចំនួន $(90 - 34) \div 4 = 36 \div 4 = 14$ ជាចំនួនដែលត្រូវ

ថែមនៅក្នុង Original Magic Squares ។

Original Magic Squares

Magic squares of 90

8	11	14	1
13	2	7	12
3	16	9	6
10	5	4	15

= 34 ⇨

22	25	28	15
27	16	21	26
17	30	23	20
24	19	18	29

= 90

(1)

(2) បន្ថែមផលចែក 14

ឧទាហរណ៍ ៤ : ចូរបំពេញលេខក្នុងប្រអប់ខាងក្រោម ដើម្បីឱ្យផលបូក លេខតាមជួរដេក ជួរឈរ និងអង្កត់ទ្រូងស្មើនឹង 65 ។

= 65

- យកចំនួន $(65 - 34) \div 4 = 7$ (សំណល់ 3)

ចំនួន 7 នឹងសំណល់ 3 ជាចំនួនត្រូវបន្ថែមនៅក្នុងប្រអប់ការេនៅឧទាហរណ៍ ១ ប៉ុន្តែការចែក មានសំណល់ 3 នោះយើងត្រូវបន្ថែមសំណល់ 3 នៅក្នុង ជួរដេក , ឈរ និង អង្កត់ទ្រូងបន្ទាប់ពីថែម 7 រួច ។

របៀបនៃការថែមសំណល់នៅក្នុងការេ (4-by- 4 grid)

		+	
+			
	+		
			+

សំគាល់ : សញ្ញា (+) មានន័យថាត្រូវបន្ថែមសំណល់ 3 បន្ទាប់ពីថែមផលចែកខាងក្រោមជាដំណើរការដាក់លេខក្នុងប្រអប់ដើម្បីឱ្យផលបូកលេខនៃជួរឈរ រឺ ដេក និងអង្កត់ទ្រូងស្មើនឹង 65 ។

Original Magic Squares

Magic squares of 65

8	11	14	1	=34 →	15	18	21	8	→	15	18	24	8	=65
13	2	7	12		20	9	14	19		23	9	14	19	
3	16	9	6		10	23	16	13		10	26	16	13	
10	5	4	15		17	12	11	22		17	12	11	25	

(1) (2) បន្ថែមផលចែក 7 (3) បន្ថែមសំណល់ 3

ឧទាហរណ៍ ៤ : ចូរបំពេញលេខក្នុងប្រអប់ខាងក្រោម

ដើម្បីឱ្យផលបូកលេខតាមជួរដេកជួរឈរនិងអង្កត់ទ្រូងស្មើនឹង 73 ។

= 73

- យក $(75 - 34) \div 4 = 9$ (សំណល់ 3)

ជាចំនួនត្រូវបន្ថែមទៅលើការេក្នុងឧទាហរណ៍ ១ ។

Original Magic Squares

Magic squares of 73

8	11	14	1	=34 →	17	20	23	10	→	17	20	26	10	=73
13	2	7	12		22	11	16	21		25	11	16	21	
3	16	9	6		12	25	18	15		12	28	18	15	
10	5	4	15		19	14	13	24		19	14	13	27	

(1) (2) បន្ថែមផលចែក 9 (3) បន្ថែមសំណល់ 3

C₇-លំហាត់អនុវត្តន៍: គេមានការេមួយដោយមានប្រអប់
 ទាំងអស់ 16 (4-by-4 grid) ដាក់លេខក្នុង ប្រអប់នោះ
 ដើម្បីឱ្យផលបូក លេខតាមជួរឈរ ដេក និង អង្កត់ទ្រូង
 ស្មើនឹង :

a- 35	d- 52	g- 75
b- 37	e- 61	h- 101
c- 49	f- 70	i- 111

D. ការកំណត់ថ្ងៃនៃសប្តាហ៍ (A day for any date)

ការទស្សន៍ទាយអំពីថ្ងៃនៃសប្តាហ៍នៅពេលដែលដែលយើងភ្លេច
 មិនដឹងជាកើតថ្ងៃច័ន្ទ អង្គារ ពុធ ព្រហស្បតិ៍ នោះ
 យើងអាចដឹងយ៉ាងច្បាស់នៅពេលដែលយើងគ្រាន់តែប្រាប់ពីថ្ងៃទី ខែ
 ឆ្នាំ កំណើត (ឧទាហរណ៍ : 01 តុលា 1989 នោះអស់លោកអ្នក
 កើតថ្ងៃអាទិត្យ នេះជាកូន មួយជាក់លាក់ត្រូវតាម ប្រតិទិនមិនតែ
 ប៉ុណ្ណោះ (Calendar) វាក៏អាចកំណត់អំពីថ្ងៃនៃសប្តាហ៍នៅពេល
 អនាគតគ្រាន់តែបង្ហាញ ថ្ងៃទី ខែ ឆ្នាំនៅពេល អនាគត (១, 09
 វិច្ឆិកា 2103) នោះត្រូវនឹងថ្ងៃ សុក្រ ។

សរុបមកកូនទាំងអស់នេះវាអាចដឹងថ្ងៃនៃសប្តាហ៍នៅក្នុងអតីត
 កាល និង អនាគតគ្រប់ទសវត្ស សតវត្សដោយមិនចាំបាច់ មើល

Calendar ដោយគ្រាន់តែអស់លោកអ្នកចងចាំពីលេខកូដ ថ្ងៃនៃសប្តាហ៍ លេខកូដខែ និងលេខកូដឆ្នាំ ។

ខាងក្រោមនេះជាតារាងបង្ហាញអំពីលេខកូដថ្ងៃនៃសប្តាហ៍លេខកូដខែ និងលេខកូដឆ្នាំ :

លេខកូដថ្ងៃនៃសប្តាហ៍ : (Day Code)

Number	Day
1	Monday
2	Tuesday
3	Wednesday
4	Thursday
5	Friday
6	Saturday
7 or 0	Sunday

លេខកូដខែ : (Month Code)

ខែ (Month)	លេខកូដ (Number Code)
មករា = January	6*
កុម្ភៈ = Febraury	2*
មីនា = March	2
មេសា = April	5
ឧសភា = May	0

មិថុនា = June	3
កក្កដា = July	5
សីហា = August	1
កញ្ញា = September	4
តុលា = October	6
វិច្ឆិកា = November	2
ធ្នូ = December	4

ការបន្ថែមជាភាសាអង់គ្លេស :

Month	Code	Mnemonic
January	6*	W-I-N-T-E-R has 6 letters.
February	2*	February is the 2nd month of the year.
March	2	March 2 the beat of the drum!
April	5	A-P-R-I-L and F-O-O-L-S have 5 letters.
May	0	May I have a sandwich? Hold the May-0!
June	3	June B-U-G has 3 letters.
July	5	Watching FIVER-works and FIVER-crackers!
August	1	August begins with A, the 1st letter.
September	4	September is the beginning of F-A-L-L.
October	6	Halloween T-R-I-C-K-S and T-R-E-A-T-S.
November	2	I'll have 2 servings of TURkey, please!
December	4	December is the L-A-S-T month, or X-M-A-S.

* ចំណាំ : នៅក្នុងឆ្នាំសកល (ឆ្នាំដែលចែកដាច់នឹង 4) ,
លេខកូដនៃ ខែមករាគឺ 5 , លេខកូដនៃខែកុម្ភៈ គឺ 1 ។

- ចំពោះលេខកូដឆ្នាំ យើងអាចអនុវត្តន៍ ដូចខាងក្រោមនេះ
ទៅតាមសតវត្សនីមួយៗ ហើយក្នុងនោះដែរយើងមានរូបមន្ត ដើម្បី
រកនៃសប្តាហ៍គឺ :

Moth Code + Date + Year Code

ឧទាហរណ៍ខាងក្រោមនេះបញ្ជាក់អំពីចម្ងល់ និង បកស្រាយ
អាថ៌កំបាំង ដែលកើតមានកន្លងមក :

១. រកថ្ងៃនៃសប្តាហ៍ចំពោះ ថ្ងៃទី 07-មករា-2010

- ដំបូងយើងពិនិត្យទៅលេខកូដឆ្នាំ2010ស្ថិតក្នុងសតវត្សទី 21

បានន័យថា : $2000 + X$ គេបាន : $X/4 + X$

$\Rightarrow 10/4 + 10 = 12$ (មិនយកសំណល់)

$\Rightarrow 12 -$ ពហុគុណនៃ 7 $= 12 - 7 = 5$ ជាលេខកូដឆ្នាំ 2010

- ពិនិត្យលេខកូដខែមករាដោយពិនិត្យទៅលើតារាងលេខកូដ
និងបញ្ជាក់ពីឆ្នាំសកលផង ។

ខែមករា = January មានលេខកូដ 6

\Rightarrow Month Code of January = 6

តាមរូបមន្ត :

Month Code of January + Date + Year Code of 2010

$$6 + 5 + 07 = 18 - \text{ពហុគុណនៃ } 7 = 18 - 14 = 4$$

ចុងបញ្ចប់យើងពិនិត្យទៅលើលេខកូដថ្ងៃ ដោយលេខ កូដ 4 ត្រូវនឹង ថ្ងៃព្រហស្បតិ៍។

ដូច្នេះ: ថ្ងៃទី 07- មករា- 2010 ត្រូវនឹងថ្ងៃព្រហស្បតិ៍

២. រកថ្ងៃនៃសប្តាហ៍ចំពោះ ថ្ងៃទី 19 - កញ្ញា 1999

ដំបូងយើងពិនិត្យទៅលើលេខកូដឆ្នាំ 1999 ស្ថិតក្នុងសតវត្សទី 20

$$1900 + X \quad \text{គេបាន : } X/4 + X + 1 \quad (\text{បូកថ្ងៃម } 1)$$

$$\Rightarrow 99/4 + 99 + 1 = 24 + 99 + 1 = 124$$

$$\Rightarrow 124 - \text{ពហុគុណនៃ } 7 = 124 - 119 = 5 \quad \text{ជាលេខកូដឆ្នាំ } 1999$$

(Year Code of 1999 is 5)

ពិនិត្យលេខកូដខែកញ្ញា=September មើលតារាងលេខ កូដខែ

គេបាន : ខែ កញ្ញា មានលេខកូដ 4

$$\Rightarrow \text{Month Code of September} = 4$$

តាមរូបមន្ត :

Month Code of September + Date + Year Code of 1999

$$4 + 19 + 5 = 28 - \text{ពហុគុណនៃ } 7 = 28 - 28 = 0$$

លេខកូដ 0 ត្រូវនឹង ថ្ងៃអាទិត្យ (Sunday) ។

ដូច្នេះ: ថ្ងៃទី 19- កញ្ញា-1999 ត្រូវនឹងថ្ងៃអាទិត្យ (Sunday

៣- រកថ្ងៃនៃសប្តាហ៍ចំពោះ ថ្ងៃទី 06 - កុម្ភៈ - 1864

- ពិនិត្យ Year Code of 1864 ស្ថិតក្នុងសតវត្សទី 19

$$1800 + X \quad \text{គេបាន : } X/4 + X + 3 \text{ (បូកថែម 3)}$$

$$\Rightarrow 64/4 + 64 + 3 = 83$$

$$\Rightarrow 83 - \text{ពហុគុណនៃ } 7 = 83 - 77 = 6 \text{ (Year Code of 1864)}$$

- ពិនិត្យ Month Code of February (កុម្ភៈ)

តាមតារាង : 1864 ជាឆ្នាំដែលចែកដាច់នឹង 4 វាជាឆ្នាំសកល

$$\text{(Leap Year)} \quad \Rightarrow \text{Month Code of February} = 1$$

គេបាន :

$$\text{Month Code of February} + \text{Date} + \text{Year Code of 1864}$$

$$6 + 6 + 1 = 13 - 7 = 6 \text{ (Day Code)}$$

លេខកូដ 6 ត្រូវនឹង ថ្ងៃសៅរ៍ (Saturday) ។

ដូច្នេះ ថ្ងៃទី 06 - កុម្ភៈ - 1864 ត្រូវនឹង ថ្ងៃសៅរ៍ (Saturday)

៤- រកថ្ងៃនៃសប្តាហ៍ចំពោះ ថ្ងៃទី 01 - មីនា - 1724

- ពិនិត្យ Year Code of 1724 ស្ថិតក្នុងសតវត្សទី 18

$$1900 + X \quad \text{គេបាន : } X/4 + X + 1 \text{ រឺ } X/4 + X - 2$$

$$\Rightarrow 24/4 + 24 + 5 = 35$$

$$\Rightarrow 35 - \text{ពហុគុណនៃ } 7 = 35 - 35 = 0$$

$$\text{Year Code of 1724} = 0$$

- ពិនិត្យ Month Code of March (មីនា)

តាមតារាង : Month Code of March = 2

គេបាន :

Month Code of March + Date + Year Code of 1724
2 + 01 + 0 = 3 (Day Code)

លេខកូដ 3 ត្រូវនឹង ថ្ងៃពុធ (Wednesday) ។

ដូច្នេះ ថ្ងៃទី 01 - មីនា . 1724 ត្រូវនឹង ថ្ងៃពុធ (Wednesday

៥. រកថ្ងៃនៃសប្តាហ៍ចំពោះ ថ្ងៃទី 12 - ធ្នូ . 2112

(សតវត្សទី 22 គឺ 2100 + X)

- ពិនិត្យ Year Code of 2112 គឺ $X/4 + X + 5$

(ដូចសតវត្សទី 18) $12/4 + 12 + 5 = 20$

⇒ $20 - ពហុគុណនៃ 7 = 20 - 14 = 6$

Year Code of 2112 = 6

- ពិនិត្យ Month Code of December (ធ្នូ)

Month Code of December (ធ្នូ) = 4 (មើលតារាងកូដខែ)

គេបាន :

Month Code of March + Date + Year Code of 2112
4 + 12 + 6 = 22 - 21 = 1 (Day Code)

លេខកូដ 1 ត្រូវនឹង ថ្ងៃចន្ទ (Monday) ។

ដូច្នេះ ថ្ងៃទី 12 - ធ្នូ - 2112 ត្រូវនឹង ថ្ងៃចន្ទ (Monday

▣ សំគាល់ :

- សតវត្សទី 18 (1700 + X) មានលេខកូដឆ្នាំគឺ $(X/4+X+ 5)$
រឺ $(X/4 + X - 2)$ – ពហុគុណនៃ 7
- សតវត្សទី 19 (1800 + X) មានលេខកូដឆ្នាំគឺ :
 $(X/4 + X + 3)$ – ពហុគុណនៃ 7
- សតវត្សទី 20 (1900 + X) មានលេខកូដឆ្នាំគឺ :
 $(X/4 + X + 1)$ – ពហុគុណនៃ 7
- សតវត្សទី 21 (2000 + X) មានលេខកូដឆ្នាំគឺ :
 $(X/4 + X)$ – ពហុគុណនៃ 7
- សតវត្សទី 22 (2100 + X) មានលេខកូដឆ្នាំគឺ $(X/4+X+ 5)$
រឺ $(X/4 + X - 2)$ – ពហុគុណនៃ 7

➤ ក្នុងប្រព័ន្ធនៃ Gregorian (Gregorian Calendar)

ជាទូទៅ លេខកូដឆ្នាំតែងតែដូចគ្នា ចំពោះឆ្នាំដែលលើស រឺ

ខ្វះគ្នា 400 ឆ្នាំ ។ ឧទាហរណ៍ : 12- ឆ្នាំ-2512 និង 12- ឆ្នាំ-2912

វាមានលក្ខណៈ ដូចគ្នានឹង 12- ឆ្នាំ-2112 ដែរគឺវាត្រូវនឹងថ្ងៃ ចន្ទ ។

(ឆ្នាំ 2912 – 2512 = 2512 – 2112 = 400 ឆ្នាំ)

ដើម្បីបកស្រាយចំងល់ឱ្យកាន់តែច្បាស់ និង ការហ្វឹកហាត់
ដោយ ខ្លួន ឯងទៅលើ ថ្ងៃខែ ឆ្នាំកំណើត របស់អស់លោកអ្នក រឺ
ថ្ងៃខែ ឆ្នាំ កំណើតនរណាម្នាក់នោះ អស់លោកអ្នកប្រាកដ
ជាជឿជាក់ទៅលើ ក្បួនពិសេសនេះជាមិនខាន ។

សូមសាកល្បងដោយខ្លួនឯង

ខាងក្រោមនេះជាការហ្វឹកហាត់បន្ថែមទៀត ទៅលើក្បួន
ពិសេសនេះ នៅលំហាត់អនុវត្តន៍ដូចខាងក្រោម :

D-7- លំហាត់អនុវត្តន៍ : រកថ្ងៃនៃសប្តាហ៍ចំពោះថ្ងៃទី :

a- 19- មករា -2007	h- 31- មិថុនា -2468
b- 14- កុម្ភៈ -2012	i- 01- មករា -2358
c- 20- មិថុនា -1993	j- 23- តុលា -1986
d- 01- កញ្ញា -1983	k- 06- វិច្ឆិកា -1985
e- 09- វិច្ឆិកា -1953	l- 13- ឧសភា -2012
f- 04- កក្កដា -1776	m- 01- មករា -2010
g- 22- កុម្ភៈ -2222	n- 19- វិច្ឆិកា -1863

« អ្នកនិយាយជាអ្នកសាបព្រោះ
អ្នកស្តាប់ជាអ្នកច្រើនកាត់ផល »

ផ្នែកចម្លើយ



ដំណោះស្រាយ

ផ្នែកចម្លើយ ជំពូក ១ : ការដោះស្រាយបំណុល

A₁- គណនាការដោះស្រាយបំណុលខាងក្រោម : (នៅក្បែរគោល 10ⁿ)

a- $96^2 = 96-4 / 4^2 = 9216$

b- $103^2 = 103+3 / 3^2 = 10609$

c- $121^2 = 121+21 / 21^2 = 142 / 441 = 142+4 / 41$
 $= 14641$ (Base 10²)

d- $996^2 = 996-4 / 4^2 = 992016$ (Base 10³)

e- $1013^2 = 1013+13 / 13^2 = 1026169$ (Base 10³)

f- $9979^2 = 9979-21 / 21^2 = 99580441$ (Base 10⁴)

g- $899^2 = 899-101 / 101^2 = 798 / 10201 = 808201$ (Base 10³)

h- $10015^2 = 10015+15 / 15^2 = 10030 / 225$
 $= 10030225$ (Base 10⁴)

i- $9987^2 = 9987-13 / 13^2 = 9974 / 169$
 $= 99740169$ (Base 10⁴)

j- $9999^2 = 9999-1 / 1^2 = 9998 / 1 = 99980001$ (Base10⁴)

k- $99999983^2 = 99999983-17 / 17^2 = 99999966 / 289$
 $= 9999996600000289$ (Base 10⁸)

l- $10000111^2 = 10000111+111 / 111^2$
 $= 10000222 / 12321$

$$= 100002220012321 \text{ (Base } 10^7 \text{)}$$

m- $1009^2 = 1009+9 / 9^2 = 1018 / 081 = 1018081 \text{ (Base } 10^3 \text{)}$

n- $99997^2 = 99997-3 / 3^2 = 99994 / 9$
 $= 9999400009 \text{ (Base } 10^5 \text{)}$

o- $999979^2 = 999979-21 / 21^2 = 999958 / 441$
 $= 999958000441 \text{ (Base } 10^6 \text{)}$

B₁- គណនាការេនៃចំនួនខាងក្រោម : (ចំនួនមិននៅក្បែរគោល 10^n)

a- $68^2 = (68+8) \times 6 / 8^2 = 76 \times 6 / 64 = 456 / 64 = 456+6 / 4$
 $= 4624 \text{ (Base } 10 \times 6 \text{)}$

b- $208^2 = (208+8) \times 2 / 8^2 = 216 \times 2 / 64 = 432 / 64$
 $= 43264 \text{ (Base } 10^2 \times 2 \text{)}$

c- $315^2 = (315+15) \times 3 / 15^2 = 330 \times 3 / 225 = 990 / 225$
 $= 990+2 / 25 = 99225 \text{ (Base } 10^2 \times 2 \text{)}$

d- $298^2 = (298-2) \times 3 / (-2)^2 = 296 \times 3 / 4 = 888 / 04$
 $= 88804 \text{ (Base } 10^2 \times 3 \text{)}$

e- $699^2 = (699-1) \times 7 / (-1)^2 = 698 \times 7 / 1 = 4886 / 01$
 $= 488601 \text{ (Base } 10^2 \times 7 \text{)}$

f- $789^2 = (789-11) \times 8 / (-11)^2 = 778 \times 8 / 121 = 6224 / 121$
 $= 6224+1 / 21 = 622521 \text{ (Base } 10^2 \times 8 \text{)}$

g- $7987^2 = (7987-13) \times 8 / (-13)^2 = 7974 \times 8 / 169$
 $= 63792 / 169 = 63792169 \text{ (Base } 10^3 \times 8 \text{)}$

h- $6987^2 = (6987-13) \times 7 / (-13)^2 = 6974 \times 7 / 169$
 $= 48818 / 169 = 48818169 \text{ (Base } 10^3 \times 7 \text{)}$

i- $20032^2 = (20032+32) \times 2 / 32^2 = 20064 \times 2 / 1024$
 $= 40128 / 1024 = 401281024$ (Base $10^4 \times 2$)

j- $8023^2 = (8023+23) \times 8 / 23^2 = 8046 \times 8 / 529$
 $= 64368 / 529 = 64368529$ (Base $10^3 \times 8$)

k- $6012^2 = (6012+12) \times 6 / 12^2 = 6024 \times 6 / 144$
 $= 36144 / 144 = 36144144$ (Base $10^3 \times 6$)

l- $89997^2 = (89997-3) \times 9 / (-3)^2 = 89994 \times 9 / 0009$
 $= 8099460009$ (Base $10^4 \times 9$)

C₁- គណនាការេនៃចំនួនខាងក្រោមដោយប្រើវិធីសាស្ត្រ Duplex :

a- $73^2 = 073^2 \Rightarrow 49 \ 42 \ 9 \Rightarrow 73^2 = 5329$

b- $288^2 = 00288^2 \Rightarrow 4 \ 32 \ 96 \ 128 \ 64 \Rightarrow 288^2 = 82944$

c- $7141^2 = 0007141^2 \Rightarrow 49 \ 14 \ 57 \ 22 \ 18 \ 8 \ 1$
 $\Rightarrow 7141^2 = 50993881$

d- $8617^2 = 0008617^2 \Rightarrow 64 \ 96 \ 52 \ 124 \ 85 \ 14 \ 49$
 $\Rightarrow 8617^2 = 74252689$

e- $206^2 = 00206^2 \Rightarrow 4 \ 0 \ 24 \ 0 \ 36 \Rightarrow 206^2 = 42436$

f- $653^2 = 00653^2 \Rightarrow 36 \ 60 \ 61 \ 30 \ 9 \Rightarrow 653^2 = 426409$

g- $6507^2 = 0006507^2 \Rightarrow 36 \ 60 \ 25 \ 84 \ 70 \ 0 \ 49$
 $\Rightarrow 6507^2 = 42341049$

h- $5538^2 = 0005538^2 \Rightarrow 25 \ 50 \ 55 \ 110 \ 89 \ 48 \ 64$
 $\Rightarrow 5538^2 = 30669444$

i- $335^2 = 00335^2 \Rightarrow 9 \ 18 \ 39 \ 30 \ 25 \Rightarrow 335^2 = 112225$

j- $779^2 = 00779^2 \Rightarrow 49 \ 98 \ 175 \ 126 \ 81$

$$\Rightarrow 779^2 = 606841$$

$$k- 21313^2 = 000021313^2 \Rightarrow 4\ 4\ 13\ 10\ 23\ 12\ 19\ 6\ 9$$

$$\Rightarrow 21313^2 = 454243969$$

$$l- 81347^2 = 000081347^2 \Rightarrow 64\ 16\ 49\ 70\ 129\ 38\ 58\ 56\ 49$$

$$\Rightarrow 81347^2 = 6617334409$$

D₁- គណនាការពិសេសនៃចំនួនខាងក្រោម :

$$a- 54^2 = 25+4 / 4^2 = 2916$$

$$b- 115^2 = 115 \times 12 / 5^2 = 13225$$

$$c- 520^2 = (250+20) / 20^2 = 270 / 400 = 270400$$

$$d- 79^2 = 80^2 - (79+80) = 6400-159 = 6241$$

$$e- 139^2 = 140^2 - (140+139) = 19321$$

$$f- 121^2 = 120^2 + (120+121) = 14400+241 = 14641$$

$$g- 50021^2 = 25000+21 / 21^2 = 25021 / 20^2 + (20+21) \\ = 25021 / 441 = 2502100441$$

$$h- 175^2 = 17 \times 18 / 5^2 = 30625$$

$$i- 591^2 = 590^2 + (590+591) = (250+90) / 90^2 + 1181 \\ = 340 / 8100 + 1181 = 348100+1181 = 349281$$

$$\text{រឺ} = 250+91 / 91^2 = 341 / 90^2 + (90+91) \\ = 341 / 8100 + 181 = 341 / 8281 = 349281$$

$$j- 149^2 = 150^2 - (150+149) = 22500-299 = 22201$$

$$k- 309^2 = 310^2 - (310+309) = 96100-619 = 95481$$

$$l- 1109^2 = 1110^2 - (1109+1110) = 1229881$$

ផ្នែកចម្លើយ ជំពូក ២ : បួសការដេនមួយចំនួន

A₂- គណនាបួសការដេនចំនួនខាងក្រោម (បួសការដេនប្រាកដ) :

a- $\sqrt{4624}$

12	4	6	:	10 ²	6 ⁴
$\sqrt{4624}$	6	8	:	0	0

ដូច្នេះ $\sqrt{4624} = 68$

b- $\sqrt{43264}$

4	4	:	0 ³	3 ²	:	0 ⁶	6 ⁴
$\sqrt{43264}$	2	0	8	:	0	0	0

ដូច្នេះ $\sqrt{43264} = 208$

c- $\sqrt{99225}$

6	9	:	0 ⁹	3 ²	:	1 ²	2 ⁵
$\sqrt{99225}$	3	1	5	:	0	0	0

ដូច្នេះ $\sqrt{99225} = 315$

d- $\sqrt{88804}$

4	8	:	48	128	:	150	64
$\sqrt{88804}$	2		9	8	:	0	0

ដូច្នោះ $\sqrt{88804} = 298$

e- $\sqrt{488601}$

12	4	8	:	128	206	:	170	81
$\sqrt{488601}$	6	9	9	:	0	0	0	

ដូច្នោះ $\sqrt{488601} = 699$

f- $\sqrt{622521}$

14	6	2	:	132	205	:	152	81
$\sqrt{622521}$	7	8	9	:	0	0	0	

ដូច្នោះ $\sqrt{622521} = 789$

g- $\sqrt{63792169}$

14	6	3	:	147	219	:	262	201	:	116	49
$\sqrt{63792169}$	7	9	8	7	:	0	0	0	0	0	0

ដូច្នោះ $\sqrt{63792169} = 7987$

h- $\sqrt{48818169}$

12	4 8 : 128 201 : 248 201 : 116 49
$\sqrt{48818169}$	6 9 8 7 : 0 0 0

ដូច្នោះ $\sqrt{48818169} = 6987$

i- $\sqrt{4129024}$

4	4 : 01 12 : 09 10 : 12 04
$\sqrt{4129024}$	2 0 3 2 : 0 0 0

ដូច្នោះ $\sqrt{4129024} = 2032$

j- $\sqrt{64368529}$

16	6 4 : 03 36 : 48 05 : 12 09
$\sqrt{64368529}$	8 0 2 3 : 0 0 0

ដូច្នោះ $\sqrt{64368529} = 8023$

k- $\sqrt{36144144}$

12	3 6 : 01 14 : 24 01 : 04 04
$\sqrt{36144144}$	6 0 1 2 : 0 0 0

ដូច្នោះ $\sqrt{36144144} = 6012$

m- $\sqrt{80946009}$

16	8 0 : 16 ⁹ 25 ⁴ : 29 ⁶ 22 ⁰ : 13 ⁰ 4 ⁹
$\sqrt{80946009}$	8 9 9 7 : 0 0 0

ដូច្នោះ $\sqrt{80946009} = 8997$

B₂- គណនាបូសការប្រហែលនៃចំនួនខាងក្រោម :

a- $\sqrt{1723} = [(17 \div 40) - 40] \div 2 = 1.53$ ($40^2 = 1600 \rightarrow 1723$)

$\sqrt{1723} = 40 + 1.53 = 41.53$ យក $1723 \div 41.53 = 41.48$

$\sqrt{1723} = (41.53 + 41.48) \div 2 = 41.50$ ដូច្នោះ $\sqrt{1723} = 41.50$

b- $\sqrt{2600} = [(2600 \div 50) - 50] \div 2 = 1$ ($50^2 = 2500 \rightarrow 2600$)

$\sqrt{2600} = 50 + 1 = 51$, យក $2600 \div 51 = 50.98$

$\Rightarrow \sqrt{2600} = (50.98 + 51) \div 2 = 50.99$ ដូច្នោះ $\sqrt{2600} = 50.99$

c- $\sqrt{80} = [(80 \div 8) - 8] \div 2 = 1$ ($8^2 = 64 \rightarrow 80$)

$\sqrt{80} = 8 + 1 = 9$, យក $80 \div 9 = 8.88$

$\Rightarrow \sqrt{80} = (9 + 8.88) \div 2 = 8.94$ ដូច្នោះ $\sqrt{80} = 8.94$

d- $\sqrt{42} = [(42 \div 6) - 6] \div 2 = 0.5$ ($6^2 = 36 \rightarrow 42$)

$$\sqrt{42} = 6+0.5= 6.5 \quad , \text{ យក } 42 \div 6.5 = 6.46$$

$$\Rightarrow \sqrt{42} = (6.5+6.46) \div 2 = 6.48 \quad \text{ដូច្នោះ} \quad \boxed{\sqrt{42} = 6.48}$$

$$e-\sqrt{5132} = [(5132 \div 70) - 70] \div 2 = 1.65 \quad (70^2 \rightarrow 5132)$$

$$\sqrt{5132} = 70+1.65= 71.65 \quad , \text{ យក } 5132 \div 71.65 = 71.62$$

$$\Rightarrow \sqrt{5132} = (71.65+71.62) \div 2 = 71.63 \quad , \text{ ដូច្នោះ} \quad \boxed{\sqrt{5132} = 71.63}$$

$$f-\sqrt{950} = [(950 \div 30) - 30] \div 2 = 0.83 \quad (30^2 \rightarrow 950)$$

$$\sqrt{950} = 30+0.83= 30.83 \quad , \text{ យក } 950 \div 30.83 = 30.81$$

$$\Rightarrow \sqrt{950} = (30.83+30.81) \div 2 = 30.82 \quad , \text{ ដូច្នោះ} \quad \boxed{\sqrt{950} = 30.82}$$

$$g-\sqrt{2916} = [(2916 \div 50) - 50] \div 2 = 4.16 \quad (50^2 \rightarrow 2916)$$

$$\sqrt{2916} = 50+4.16= 54.16 \quad , \text{ យក } 2916 \div 54.16 = 53.84$$

$$\Rightarrow \sqrt{2916} = (54.16+53.84) \div 2 = 54 \quad , \text{ ដូច្នោះ} \quad \boxed{\sqrt{2916} = 54}$$

$$h-\sqrt{1225} = [(1225 \div 30) - 30] \div 2 = 5.41 \quad (30^2 \rightarrow 1225)$$

$$\sqrt{1225} = 30+5.41= 35.41 \quad , \text{ យក } 1225 \div 35.41 = 34.59$$

$$\Rightarrow \sqrt{1225} = (35.41+34.59) \div 2 = 35 \quad , \text{ ដូច្នោះ} \quad \boxed{\sqrt{1225} = 35}$$

$$i-\sqrt{2568} = [(2568 \div 50) - 50] \div 2 = 0.68 \quad (50^2 \rightarrow 2568)$$

$$\sqrt{2568} = 50+0.68= 50.68 \quad , \text{ យក } 2568 \div 50.68 = 50.67$$

$$\Rightarrow \sqrt{2568} = (50.68+50.67) \div 2 = 50.675$$

ដូច្នោះ: $\sqrt{2568} = 50.675$

$$j-\sqrt{2310} = [(2310 \div 40) - 40] \div 2 = 8.87 \quad (40^2 \rightarrow 2310)$$

$$\sqrt{2310} = 40+8.87= 48.87 \quad , \text{ យក } 2310 \div 48.87 = 47.26$$

$$\Rightarrow \sqrt{2310} = (48.87+47.26) \div 2 = 48.06$$

ដូច្នោះ: $\sqrt{2310} = 48.06$

ផ្នែកចម្លើយ ជំពូក ៣ : គូបនៃមួយចំនួន

A₃- គណនាគូបនៃមួយចំនួនដែលមាន 2 ខ្ទង់

a- 14 ³ :	1 ³ = 1	1 ² ×4 = 4 2×4= 8	1×4 ² = 16 16×2 =32	4 ³ =64
14 ³ :	1	12	48	64

$$\Rightarrow 14^3 = 1 \ 12 \ 48 \ 64 = 2744$$

b- 23 ³ :	2 ³ = 8	2 ² ×3 = 12 2×12= 24	2×3 ² = 18 18×2 =36	3 ³ =27
23 ³ :	8	36	54	27

$$\Rightarrow 23^3 = 8 \ 36 \ 54 \ 27 = 12167$$

$$c- 35^3 : \quad \begin{array}{|l|l|l|l|} \hline 3^3=27 & 3^2 \times 5 = 45 & 3 \times 5^2 = 75 & 5^3 = 125 \\ \hline & 45 \times 2 = 90 & 75 \times 2 = 150 & \\ \hline \end{array}$$

$$35^3 : \quad 27 \quad 135 \quad 225 \quad 125$$

$$\Rightarrow 35^3 = 27 \ 135 \ 225 \ 125 = 42875$$

$$d- 37^3 : \quad \begin{array}{|l|l|l|l|} \hline 3^3=27 & 3^2 \times 7 = 63 & 3 \times 7^2 = 147 & 7^3 = 343 \\ \hline & 63 \times 2 = 126 & 147 \times 2 = 294 & \\ \hline \end{array}$$

$$37^3 : \quad 27 \quad 189 \quad 441 \quad 343$$

$$\Rightarrow 37^3 = 27 \ 189 \ 441 \ 343 = 50653$$

$$e- 76^3 : \quad \begin{array}{|l|l|l|l|} \hline 7^3=343 & 7^2 \times 6 = 294 & 7 \times 6^2 = 252 & 6^3 = 216 \\ \hline & 294 \times 2 = 588 & 252 \times 2 = 504 & \\ \hline \end{array}$$

$$76^3 : \quad 343 \quad 882 \quad 756 \quad 216$$

$$\Rightarrow 76^3 = 343 \ 882 \ 756 \ 216 = 438979$$

$$f- 38^3 : \quad \begin{array}{|l|l|l|l|} \hline 3^3=27 & 3^2 \times 8 = 72 & 3 \times 8^2 = 192 & 8^3 = 512 \\ \hline & 72 \times 2 = 144 & 192 \times 2 = 384 & \\ \hline \end{array}$$

$$38^3 : \quad 27 \quad 216 \quad 576 \quad 512$$

$$\Rightarrow 38^3 = 27 \ 216 \ 576 \ 512 = 54872$$

$$g- 65^3 : \begin{array}{|l} 6^3=216 \\ 180 \times 2=360 \\ 150 \times 2=300 \end{array} \quad \begin{array}{|l} 6^2 \times 5 = 180 \\ 180 \times 2=360 \end{array} \quad \begin{array}{|l} 6 \times 5^2 = 150 \\ 150 \times 2=300 \end{array} \quad \begin{array}{|l} 5^3=125 \end{array}$$

$$65^3 : \quad 216 \quad 540 \quad 450 \quad 125$$

$$\Rightarrow 65^3 = 216 \ 540 \ 450 \ 125 = 274625$$

$$h- 57^3 : \begin{array}{|l} 5^3=125 \\ 175 \times 2=350 \end{array} \quad \begin{array}{|l} 5^2 \times 7 = 175 \\ 175 \times 2=350 \end{array} \quad \begin{array}{|l} 5 \times 7^2 = 245 \\ 245 \times 2=490 \end{array} \quad \begin{array}{|l} 7^3=343 \end{array}$$

$$57^3 : \quad 125 \quad 525 \quad 735 \quad 343$$

$$\Rightarrow 57^3 = 125 \ 525 \ 735 \ 343 = 185193$$

$$i- 67^3 : \begin{array}{|l} 6^3=216 \\ 252 \times 2=504 \end{array} \quad \begin{array}{|l} 6^2 \times 7 = 252 \\ 252 \times 2=504 \end{array} \quad \begin{array}{|l} 6 \times 7^2 = 294 \\ 294 \times 2=588 \end{array} \quad \begin{array}{|l} 7^3=343 \end{array}$$

$$67^3 : \quad 216 \quad 756 \quad 882 \quad 343$$

$$\Rightarrow 67^3 = 216 \ 756 \ 882 \ 343 = 300763$$

$$j- 47^3 : \begin{array}{|l} 4^3= 64 \\ 112 \times 2=224 \end{array} \quad \begin{array}{|l} 4^2 \times 7 = 112 \\ 112 \times 2=224 \end{array} \quad \begin{array}{|l} 4 \times 7^2 = 196 \\ 196 \times 2=392 \end{array} \quad \begin{array}{|l} 7^3=343 \end{array}$$

$$47^3 : \quad 64 \quad 336 \quad 588 \quad 343$$

$$\Rightarrow 47^3 = 64 \ 336 \ 588 \ 343 = 103823$$

$$k- 43^3 : \begin{array}{|l} 4^3= 64 \\ 48 \times 2= 96 \end{array} \quad \begin{array}{|l} 4^2 \times 3 = 48 \\ 48 \times 2= 96 \end{array} \quad \begin{array}{|l} 4 \times 3^2 = 36 \\ 36 \times 2 = 72 \end{array} \quad \begin{array}{|l} 3^3= 27 \end{array}$$

$$43^3 : \quad 64 \quad 144 \quad 108 \quad 27$$

$$\Rightarrow 43^3 = 64 \ 144 \ 108 \ 27 = 79507$$

1- 81^3 : $8^3=512$	$8^2 \times 1 = 64$	$8 \times 1^2 = 8$	$1^3 = 1$
	$64 \times 2 = 128$	$8 \times 2 = 16$	
81^3 :	512	192	24 1

$\Rightarrow 81^3 = 512_{19}2_{24}1 = 531441$

B₃- គណនាកូបនៃចំនួនខាងក្រោម (ចំនួនដែលនៅក្បែរគោល 10^n)

- a- $98^3 = 98-2 \times 2 / 12 / -2^3 = 94 / 12 / -08$
 $= 94 / 11 / 100-08 = 941192$ (Base 10^2)
- b- $105^3 = 105+2 \times 5 / 15 \times 5 / 5^3 = 115 / 75 / 125$
 $= 115 / 75+1 / 25 = 1157625$ (Base 10^2)
- c- $113^3 = 113+13 \times 2 / 39 \times 13 / 13^3 = 139 / 507 / 2197$
 $= 139+5 / 07+21 / 97 = 1442897$ (Base 10^2)
- d- $995^3 = 995-2 \times 5 / 15 \times 5 / -5^3 = 985 / 075 / -125$
 $= 985 / 074 / 1000-125 = 985074875$ (Base 10^3)
- e- $1004^3 = 1004+2 \times 4 / 12 \times 4 / 4^3 = 1012 / 048 / 064$
 $= 1012048064$ (Base 10^3)
- f- $1012^3 = 1012+2 \times 12 / 12 \times 36 / 12^3 = 1036 / 432 / 1728$
 $= 1036 / 432 +1 / 728$ (Base 10^3)
- g- $9989^3 = 9989-2 \times 11 / 11 \times 33 / -11^3 = 9967 / 0363 / -1331$
 $= 99967 / 0362 / 10^4 - 1331 = 996703628669$
 (Base 10^4)
- h- $10007^3 = 10007+2 \times 7 / 7 \times 21 / 7^3 = 10021 / 0147 / 0343$
 $= 1002101470343$ (Base 10^4)

$$i- 10011^3=10011+2\times 11 / 11\times 33 / 11^3=10033/0363 / 1331$$

$$= 1003303631331 (\text{Base } 10^4)$$

$$j- 9972^3=9972-2\times 28 / 28\times 84 / -28^3= 9916 / 2352 / -21952$$

$$= 9916 / 2342 / 10^5-21952$$

$$= 99162342 / 78048= 991623498048 (\text{Base } 10^4)$$

$$k- 10021^3=10021+2\times 21 / 21\times 63 / 21^3=10063/1323 / 9261$$

$$= 1006313239261 (\text{Base } 10^4)$$

$$l- 998^3=998-2\times 2 / 6\times 2 / -2^3= 994 / 012 / -008$$

$$= 994011992 (\text{Base } 10^3)$$

ផ្នែកចម្លើយ ជំពូក ៤ : បួសគូបនៃមួយចំនួន

A₄- គណនាបួសគូបនៃចំនួនខាងក្រោម

(ចំនួនមានមិនលើសពី៦ខ្ទង់)

a- $\sqrt[3]{389017} = 73$

b- $\sqrt[3]{300763} = 67$

c- $\sqrt[3]{117649} = 49$

d- $\sqrt[3]{592704} = 84$

e- $\sqrt[3]{551368} = 82$

f- $\sqrt[3]{912673} = 97$

g- $\sqrt[3]{24389} = 29$

h- $\sqrt[3]{205379} = 59$

i- $\sqrt[3]{287496} = 66$

j- $\sqrt[3]{804357} = 93$

k- $\sqrt[3]{59319} = 39$

l- $\sqrt[3]{13824} = 24$

B4- គណនាបូសគូបនៃចំនួនទូទៅខាងក្រោម :

a- $\sqrt[3]{941192} = 98$

b- $\sqrt[3]{474552} = 78$

c- $\sqrt[3]{14348907} = 243$

d- $\sqrt[3]{40353607} = 343$

e- $\sqrt[3]{91733851} = 451$

f- $\sqrt[3]{961504803} = 987$

g- $\sqrt[3]{180362125} = 565$

h- $\sqrt[3]{480048687} = 783$

i- $\sqrt[3]{1879080904} = 1234$

ផ្នែកចម្លើយ ជំពូក ៥ : ការកំណត់លេខចុងក្រោយ

A5- រកលេខចុងក្រោយបង្អស់នៃ:

a- $8^{2222} = 8^{4 \times 555 + 2}$ មានលេខចុងក្រោយបង្អស់ចុងគឺ 4

b- 5^{55551} មានលេខចុងក្រោយបង្អស់ចុងគឺ 5

c- 4^{123456} ដោយ 123456 ជាចំនួនគូ

$\Rightarrow 4^{123456}$ មានលេខចុងក្រោយបង្អស់ចុងគឺ 6

d- 9^{200672} ដោយ 200672 ជាចំនួនគូ

$\Rightarrow 9^{200672}$ មានលេខចុងក្រោយបង្អស់ចុងគឺ 1

e- 6^{231086} មានលេខចុងក្រោយបង្អស់ចុងគឺ 6

f- $7^{98765} = 7^{4 \times 24691 + 1}$ មានលេខចុងក្រោយបង្អស់ចុងគឺ 7

g- $2^{20647} = 2^{4 \times 5161 + 3}$ មានលេខចុងក្រោយបង្អស់ចុងគឺ 8

h- $3^{13579} = 3^{4 \times 3394 + 3}$ មានលេខចុងក្រោយបង្អស់ចុងគឺ 7

B₅- រកលេខចុងក្រោយបង្អស់នៃចំនួនខាងក្រោម :

a- 257^{60}
 $257^{60} = (250 + 7)^{60} = 250q + 7^{60}$

$\Rightarrow 257^{60}$ មានលេខចុងក្រោយដូច 7^{60}

គេមាន: $7^{60} = 7^{4 \times 14 + 4}$ មានលេខចុងក្រោយគឺ 1

ដូច្នេះ : 257^{60} មានលេខចុងក្រោយគឺលេខ 1 ។

b- $87! + 3^{65}$

$87! = 1.2.3.4.5 \dots 85.86.87$ មានលេខចុងក្រោយគឺ 0

$3^{65} = 3^{4 \times 16 + 1}$ មានលេខចុងក្រោយគឺ 3

ដូច្នេះ : $87! + 3^{65}$ មានលេខចុងក្រោយគឺលេខ 3 ។

c- $2010^{2011} + 2011^{2012}$

$2010^{2011} = (2000 + 10)^{2011} = 2000q + 10^{2011}$ មានលេខចុងក្រោយគឺ 0

$2011^{2012} = (2010 + 1)^{2012} = 2010q + 1^{2012}$ មានលេខចុងក្រោយគឺ 1

ដូច្នេះ : $2010^{2011} + 2011^{2012}$ មានលេខចុងក្រោយគឺលេខ 1 ។

d- 153^{266}

$153^{66} = (150+3)^{66} = 150q + 3^{66}$ មានលេខខាងចុងក្រោយដូច 3^{66}

$3^{66} = 3^{4 \times 16 + 2}$ មានលេខចុងក្រោយគឺ 9

ដូច្នេះ : 153^{266} មានលេខចុងក្រោយគឺលេខ 9 ។

e- $201^{72} + 4! + 72!$

$201^{72} = (200+1)^{72} = 200q + 1^{72}$ មានលេខចុងក្រោយគឺ 1

$4! = 1.2.3.4 = 24$ មានលេខចុងក្រោយគឺ 4

$72! = 1.2.3.4.5.....70.71.72$ មានលេខចុងក្រោយគឺ 0

$\Rightarrow 201^{72} + 4! + 72!$ មានលេខចុងក្រោយគឺលេខ $1+4 +0 = 5$ ។

ដូច្នេះ : $201^{72} + 4! + 72!$ មានលេខចុងក្រោយគឺលេខ 5 ។

f- $9^{2k+1} + 5, k \in \mathbb{N}$

9^{2k+1} ដោយ 9 មានស្វ័យគុណជាចំនួនសេស

នាំឱ្យវាមានលេខចុងក្រោយគឺ 9

$\Rightarrow 9^{2k+1} + 5$ មានលេខចុងក្រោយគឺលេខ $9 + 5 = 14$

ដូច្នេះ : $9^{2k+1} + 5$ មានលេខចុងក្រោយគឺលេខ 4 ។

ផ្នែកចម្លើយ ជំពូក ៦ : ភាពចែកដាច់នៃមួយចំនួន

A₆- បង្ហាញថា :

1- 180829 ជាចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 11 រឺ ទេ ?

គេមាន : $b = a_k \dots a_3 a_2 a_1 a_0$ ចែកដាច់នឹង 11 លុះត្រាតែ :

$$[(a_0 + a_2 + a_4 + \dots) - (a_1 + a_3 + a_5 + \dots)] \text{ ចែកដាច់នឹង } 11$$

គេបាន : $[(9+8+8)-(2+0+1)] = 25-3 = 22$ ជាពហុគុណនៃ 11

ដូច្នេះ 1808229 ជាចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 11

2- 435627 ជាចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 11 រឺ ទេ ?

គេបាន : $[(7+6+3)-(2+5+4)] = 16-11 = 5$

មិនមែនជាពហុគុណនៃ 11

ដូច្នេះ 435627 មិនចែកដាច់នឹង 11 ទេ

3- រកតម្លៃលេខនៃ a

គេមាន : $12a3$ ជាចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 11 លុះត្រាតែ :

$$[(3+2)-(a+1)] \text{ ជាពហុគុណនៃ } 11$$

គេបាន : $4 - a = 11.k ; k$

បើ $k = 0 \Rightarrow a = 4$, ដូច្នេះ a = 4

4- $A = 2^{n+2} + 3^{2n+1}$ ចែកដាច់នឹង 7

$$\begin{aligned}
&= 4 \cdot 2^n + 3 \cdot 3^{2n} \\
&= 4 \cdot 2^n + 3 \cdot 9^n = 4 \cdot 2^n + 3 \cdot (7+2)^n \\
&= 4 \cdot 2^n + 3(7q + 2^n) \\
&= 4 \cdot 2^n + 3 \cdot 7q + 3 \cdot 2^n
\end{aligned}$$

$A = 7 \cdot 2^n + 3 \cdot 7q = 7(2^n + 3q) \Rightarrow A$ ជាចំនួនចែកដាច់នឹង 7

5- $A = 9^{n+1} + 2^{6n+1}$ ចែកដាច់នឹង 11

$$= 9 \cdot 9^n + 2 \cdot 64^n = 9 \cdot 9^n + 2 \cdot (55+9)^n$$

$$= 9 \cdot 9^n + 2 \cdot 9^n + 2 \cdot 55q$$

$$A = 11 \cdot 9^n + 11 \cdot 10q = 11 (9^n + 10q)$$

⇒ A ជាចំនួនចែកដាច់នឹង 11

B₆

1- រកសំណល់នៃ $a \times b$ នៅពេលវាចែកនឹង 9

គេមាន : $a = 22492 = 2+2+4+9+2 = 19 = 1$ (តាម 9)

$$b = 4446724 = 4+4+4+6+7+2+4 = 31 = 4$$
 (តាម 9)

$$\Rightarrow a \times b = 1 \times 4 = 4$$
 (តាម 9)

ដូច្នេះ

សំណល់នៃ $a \times b$ ចែកនឹង 9 គឺ 4

2- រកសំណល់នៃ 23^{140} ចែកនឹង 9

គេមាន : $23 \equiv 5$ (តាម 9)

$$23^2 \equiv 5^2 \equiv 7$$
 (តាម 9)

$$23^3 \equiv 5 \times 7 \equiv 8$$
 (តាម 9)

$$23^4 \equiv 5 \times 8 \equiv 4$$
 (តាម 9)

$$23^5 \equiv 5 \times 4 \equiv 2$$
 (តាម 9)

$$23^6 \equiv 2 \times 5 \equiv 1$$
 (តាម 9)

ដោយ : $140 = 6 \times 23 + 2$

គេបាន : $(23^6)^{23} \equiv (1)^{23}$ (តាម 9)

$$\times 23^2 \equiv 7 \quad (\text{តាម } 9)$$

$$\Rightarrow 23^{138+2} \equiv 7 \quad (\text{តាម } 9)$$

$$23^{140} \equiv 7 \quad (\text{តាម } 9)$$

ដូច្នោះ 23^{140} ចែកនឹង 9 ឱ្យសំណល់ 7

3- រកសំណល់នៃ $17^6 \cdot 39^3$ ចែកនឹង 4

គេមាន : $17 \equiv 1 \quad (\text{តាម } 4)$

$$17^6 \equiv 1 \quad (\text{តាម } 4)$$

ហើយ $39 \equiv 3 \quad (\text{តាម } 4)$

$$39^3 \equiv 3^3 \quad (\text{តាម } 4)$$

$$\Rightarrow 39^3 \equiv 27 \equiv 3 \quad (\text{តាម } 4)$$

$$\Rightarrow 17^6 \equiv 1 \quad (\text{តាម } 4)$$

$$\times 39^3 \equiv 3 \quad (\text{តាម } 4)$$

$$17^6 \cdot 39^3 \equiv 3 \quad (\text{តាម } 4)$$

ដូច្នោះ $17^6 \cdot 39^3$ ចែកនឹង 4 ឱ្យសំណល់ 3

4- រកសំណល់នៃ $7^{16} + 9^{23}$ និង $13^{46} + 7^{95}$ ចែកនឹង 5

គេមាន : $7^{16} = 7^{4 \times 4}$ មានលេខខាងចុងគឺ 1

ហើយ 9^{23} មានលេខខាងចុងគឺ 1

⇒ $7^{16} + 9^{23}$ មានលេខខាងចុងគឺ 2

ដូច្នោះ: $7^{16} + 9^{23}$ ចែកនឹង 5 ឱ្យសំណល់ 2

គេមាន : $13^{46} = (10+3)^{46} = 10q+3^{46}$

⇒ 13^{46} មានលេខខាងចុងដូច 3^{46}

$13^{46} = 3^{4 \times 11 + 2}$ មានលេខខាងចុងគឺ 9

$7^{95} = 7^{4 \times 23 + 3}$ មានលេខខាងចុងគឺ 3

⇒ $13^{46} + 7^{95}$ មានលេខខាងចុងគឺ 2

ដូច្នោះ: $13^{46} + 7^{95}$ ចែកនឹង 5 ឱ្យសំណល់ 2

5- រកសំណល់នៃ $6 \cdot 7^{83} + 3^{2n+1} \cdot 5^{2n+10} + 7$

និង $17^{143} + 14^{126}$ ចែកនឹង 6

គេមាន : $6 \cdot 7^{83}$ ចែកដាច់នឹង 6

$$3^{2n+1} \cdot 5^{2n+10} = 3^{2n+1} \cdot 5^{2n+1} \cdot 5^9 = 15^{2n+1} \cdot 5^9$$

⇒ $3^{2n+1} \cdot 5^{2n+10}$ មានលេខខាងចុង 5

បានន័យថា: $3^{2n+1} \cdot 5^{2n+10}$ ចែកដាច់នឹង 6 ឱ្យសំណល់ 5

តែ $7 \equiv 1 \pmod{6}$

⇒ $6 \cdot 7^{83} + 3^{2n+1} \cdot 5^{2n+10} + 7$ ចែកនឹង 6 ឱ្យសំណល់ 0

ដូច្នោះ: $6 \cdot 7^{83} + 3^{2n+1} \cdot 5^{2n+10} + 7$ ចែកនឹង 6 ឱ្យសំណល់ 0

គេមាន : $17^{143} = (10+7)^{143}$ មានលេខខាងចុងដូច 7^{143}

$7^{143} = 7^{4 \times 35 + 3}$ មានលេខចុងក្រោយបង្អស់គឺ 3

$14^{126} = (10+4)^{126}$ មានលេខខាងចុងដូច 4^{126}

4^{143} មានលេខចុងក្រោយបង្អស់គឺ 4

$\Rightarrow 17^{143} + 14^{126}$ មានលេខចុងក្រោយបង្អស់គឺ $3+4 = 7$

$\Rightarrow 17^{143} + 14^{126}$ ចែកនឹង 6 ឱ្យសំណល់ 1

ដូច្នោះ

$$17^{143} + 14^{126} \text{ ចែកនឹង } 6 \text{ ឱ្យសំណល់ } 1$$

ផ្នែកចម្លើយ ជំពូក ៧ : កំសាន្តគណិតវិទ្យា

B7- បំពេញលេខ ដែលបាត់ក្នុងប្រអប់ខាងក្រោម :

a- $3456 \times 123 = 425 \boxed{0} 88$

b- $9876 \times 54 = \boxed{5} 33304$

c- $200672 \times 18 = \boxed{3} 612096$

d- $19998 \times 512 = 1023 \boxed{8} 976$

e- $231086 \times 198 = 457 \boxed{5} 5028$

f- $2310 \times 41986 = 96987 \boxed{6} 60$

g- $111111 \times 34 = 3 \boxed{7} 777842$

h- $222 \times 55557 = 12 \boxed{3} 33654$

i- $2009 \times 9009 = 18099 \boxed{0} 81$

j- $3024 \times 4203 = 12 \boxed{7} 09872$

C₇- ដាក់លេខក្នុង ប្រអប់ដើម្បីឱ្យផលបូក លេខតាមជួរឈរ ដេក

និង អង្កត់ទ្រូងស្មើគ្នា :

a- 35

Original magic square

Magic square of 35

8	11	14	1
13	2	7	12
3	16	9	6
10	5	4	15

= 34 ⇒

8	11	15	1
14	2	7	12
3	17	9	6
10	5	4	16

= 35

$35 - 34 = 1$ ($1 \div 4 = 0$ សំណល់ 1)

b- 37

Magic square of 37

8	11	16	1
15	2	7	12
3	18	9	6
10	5	4	17

$35 - 34 = 1$ ($1 \div 4 = 0$ សំណល់ 1)

c- 49

Magic square of 49

11	14	20	4
19	5	10	15
6	22	12	9
13	8	7	20

$49 - 34 = 15$ ($15 \div 4 = 3$ សំណល់ 3)

d- 52

Magic square of 52

12	15	20	5
19	6	11	16
7	22	13	10
14	9	8	21

$52 - 34 = 18$ ($18 \div 4 = 4$ សំណល់ 2)

e- 61

Magic square of 61

14	17	23	7
22	8	13	18
9	25	15	12
16	11	10	24

$61 - 34 = 27$ ($27 \div 4 = 6$ សំណល់ 3)

f- 70

Magic square of 70

17	20	23	10
22	11	16	21
12	25	18	15
19	14	13	24

$70 - 34 = 36$ ($36 \div 4 = 9$ សំណល់ 0)

g- 75

Magic square of 75

18	21	25	11
24	12	17	22
13	27	19	16
20	15	14	26

$75 - 34 = 41$ ($41 \div 4 = 10$ សំណល់ 1)

h- 101

Magic square of 101

24	27	33	17
32	18	23	28
19	35	25	22
26	21	20	34

$$101 - 34 = 67 \quad (67 \div 4 = 16 \text{ សំណល់ } 3)$$

i- 111

Magic square of 111

27	30	34	20
33	21	36	31
22	36	28	25
29	24	23	35

$$111 - 34 = 77 \quad (77 \div 4 = 19 \text{ សំណល់ } 1)$$

D₇- រកថ្ងៃនៃសប្តាហ៍ចំពោះថ្ងៃទី :

a- 19- មករា -2007 (សតវត្ស ទី 21 = 2000 + 7)

- លេខកូដឆ្នាំ 2007 = $(7 \div 4 + 7) -$ ពហុគុណនៃ 7
 $= 8 - 7 = 1$

- លេខកូដខែមករា = 6

$$\Rightarrow \text{លេខកូដថ្ងៃ} = (1 + 6 + 19) - \text{ពហុគុណនៃ } 7$$

$$= 26 - 21 = 5$$

លេខកូដថ្ងៃ = 5 ត្រូវនឹង ថ្ងៃសុក្រ

ដូច្នោះ 19- មករា -2007 ត្រូវនឹង ថ្ងៃសុក្រ

b- 14- កុម្មៈ -2012 (សតវត្ស ទី 21= 2000 + 12)

- លេខកូដឆ្នាំ 2012 = (12÷4 + 12) – ពហុគុណនៃ 7
= 15-14 =1

- លេខកូដខែ កុម្មៈ = 1 (ជាឆ្នាំសកល 2012)

$$\Rightarrow \text{លេខកូដថ្ងៃ} = (1 + 1 + 14) – \text{ពហុគុណនៃ } 7$$

$$= 16 – 14 = 2$$

លេខកូដថ្ងៃ = 2 ត្រូវនឹង ថ្ងៃអង្គារ

ដូច្នេះ 14- កុម្មៈ -2012 ត្រូវនឹង ថ្ងៃអង្គារ

c- 20- មិថុនា -1993 (សតវត្ស ទី 20= 1900 + 93)

- លេខកូដឆ្នាំ 1993=(93÷4+ 93 +1) –ពហុគុណនៃ 7
= 117-112 =5

- លេខកូដខែ មិថុនា = 3

$$\Rightarrow \text{លេខកូដថ្ងៃ} = (5+ 3 + 20) – \text{ពហុគុណនៃ } 7$$

$$= 28 – 28 = 0$$

ដូច្នេះ 20- មិថុនា -1993 ត្រូវនឹង ថ្ងៃអាទិត្យ

d- 01- កញ្ញា -1983 (សតវត្ស ទី 20= 1900 + 83)

- លេខកូដឆ្នាំ 1983=(83÷4 + 83+1) – ពហុគុណនៃ 7
= 104 - 98 = 6

- លេខកូដខែ កញ្ញា = 4

$$\Rightarrow \text{លេខកូដថ្ងៃ} = (6 + 4 + 1) – \text{ពហុគុណនៃ } 7$$

$$= 11 – 7 = 4$$

លេខកូដថ្ងៃ = 4 ត្រូវនឹង ថ្ងៃព្រហស្បតិ៍

ដូច្នោះ ០១- កញ្ញា-១៩៨៣ ត្រូវនឹង ថ្ងៃ ព្រហស្បតិ៍

e- ០៩- វិច្ឆិកា -១៩៥៣ (សតវត្ស ទី ២០= ១៩០០ + ៥៣)

- លេខកូដឆ្នាំ ១៩៥៣=(៥៣÷៤ + ៥៣+១) – ពហុគុណនៃ៧
= ៦៧ - ៦៣ = ៤

- លេខកូដខែ វិច្ឆិកា = ២

⇒ លេខកូដថ្ងៃ = (៤ + ២ + ៩) – ពហុគុណនៃ ៧
= ១៥ – ១៤ = ១

លេខកូដថ្ងៃ = ១ ត្រូវនឹង ថ្ងៃច័ន្ទ

ដូច្នោះ ០៩- វិច្ឆិកា -១៩៥៣ ត្រូវនឹង ថ្ងៃ ច័ន្ទ

f- ០៤- កក្កដា -១៧៧៦ (សតវត្ស ទី ១៨= ១៧០០ + ៧៦)

- លេខកូដឆ្នាំ ១៧៧៦=(៧៦÷៤ + ៧៦+៥) – ពហុគុណនៃ៧
= ១០០ - ៩៨ = ២

- លេខកូដខែ កក្កដា = ៥

⇒ លេខកូដថ្ងៃ = (២ + ៥ + ០៤) – ពហុគុណនៃ ៧
= ១១ – ៧ = ៤

លេខកូដថ្ងៃ = ៤ ត្រូវនឹង ថ្ងៃ ព្រហស្បតិ៍

ដូច្នោះ ០៤- កក្កដា -១៧៧៦ ត្រូវនឹង ថ្ងៃ ព្រហស្បតិ៍

g- 22- កុម្មៈ -2222 (សតវត្ស ទី 23= 2200 + 22)

ដោយ 2222 - 400 = 1822 (សតវត្ស ទី 19)

22- កុម្មៈ -2222 មានថ្ងៃត្រូវនឹង 22- កុម្មៈ -1822

- លេខកូដឆ្នាំ $1822 = (22 \div 4 + 22 + 5) - \text{ពហុគុណនៃ } 7$
 $= 30 - 28 = 2$

- លេខកូដខែ កុម្មៈ = 2

\Rightarrow លេខកូដថ្ងៃ = (2 + 2 + 22) - ពហុគុណនៃ 7
 $= 26 - 21 = 5$

លេខកូដថ្ងៃ = 5 ត្រូវនឹង ថ្ងៃ សុក្រ

ដូច្នោះ 22- កុម្មៈ -2222 ត្រូវនឹង ថ្ងៃ សុក្រ

h- 31- មិថុនា- 2468 (សតវត្ស ទី 25= 2400 + 68)

ដោយ 2468 - 400 = 2068 (សតវត្ស ទី 21)

31- មិថុនា- 2468 មានថ្ងៃត្រូវនឹង 31- មិថុនា- 2068

- លេខកូដឆ្នាំ $2068 = (68 \div 4 + 68) - \text{ពហុគុណនៃ } 7$
 $= 85 - 84 = 1$

- លេខកូដខែ មិថុនា = 3

\Rightarrow លេខកូដថ្ងៃ = (1 + 3 + 31) - ពហុគុណនៃ 7
 $= 35 - 35 = 0$

លេខកូដថ្ងៃ = 0 ត្រូវនឹង ថ្ងៃ ច័ន្ទ

ដូច្នោះ 31- មិថុនា- 2468 ត្រូវនឹង ថ្ងៃ ច័ន្ទ

i- 01- មករា -2358 (សតវត្ស ទី 24= 2300 + 58)

ដោយ 2358 - 400 = 1958 (សតវត្ស ទី 20=1900 +58)

01- មករា -2358 មានថ្ងៃត្រូវនឹង 01- មករា -1958

- លេខកូដឆ្នាំ 1958=(58÷4 + 58+1) – ពហុគុណនៃ7
= 73 - 70 = 3

- លេខកូដខែ មករា = 6

⇒ លេខកូដថ្ងៃ = (3 + 6 + 1) – ពហុគុណនៃ 7
= 10 - 7 = 3

លេខកូដថ្ងៃ = 3 ត្រូវនឹង ថ្ងៃ ពុធ

ដូច្នោះ 01- មករា -2358 ត្រូវនឹង ថ្ងៃ ពុធ

j- 23- តុលា -1986 (សតវត្ស ទី 20= 1900 + 86)

- លេខកូដឆ្នាំ 1986=(86÷4 + 86+1) – ពហុគុណនៃ7
= 108 - 105 = 3

- លេខកូដខែ តុលា = 6

⇒ លេខកូដថ្ងៃ = (3 + 6 + 23) – ពហុគុណនៃ 7
= 32 – 28 = 4

លេខកូដថ្ងៃ = 4 ត្រូវនឹង ថ្ងៃព្រហស្បតិ៍

ដូច្នោះ 23- តុលា -1986 ត្រូវនឹង ថ្ងៃ ព្រហស្បតិ៍

k- 06- វិច្ឆិកា -1985 (សតវត្ស ទី 20= 1900 + 85)

- លេខកូដឆ្នាំ $1985 = (85 \div 4 + 85 + 1) - \text{ពហុគុណនៃ} 7$
 $= 107 - 105 = 2$

- លេខកូដខែ វិច្ឆិកា = 2

$$\Rightarrow \text{លេខកូដថ្ងៃ} = (2 + 2 + 6) - \text{ពហុគុណនៃ} 7$$

$$= 10 - 7 = 3$$

លេខកូដថ្ងៃ = 3 ត្រូវនឹង ថ្ងៃ ពុធ

ដូច្នោះ 06- វិច្ឆិកា -1985 ត្រូវនឹង ថ្ងៃ ពុធ

l- 13- ឧសភា -2012 (សតវត្ស ទី 21= 2000 + 12)

- លេខកូដឆ្នាំ $2012 = (12 \div 4 + 12) - \text{ពហុគុណនៃ} 7$
 $= 15 - 14 = 1$

- លេខកូដខែ ឧសភា = 0

$$\Rightarrow \text{លេខកូដថ្ងៃ} = (1 + 0 + 13) - \text{ពហុគុណនៃ} 7$$

$$= 14 - 14 = 0$$

លេខកូដថ្ងៃ = 0 ត្រូវនឹង ថ្ងៃ អាទិត្យ

ដូច្នោះ 13- ឧសភា -2012 ត្រូវនឹង ថ្ងៃ អាទិត្យ

m- 01- មករា -2010 (សតវត្ស ទី 21= 2000 + 10)

- លេខកូដឆ្នាំ $2010 = (10 \div 4 + 10) - \text{ពហុគុណនៃ} 7$
 $= 12 - 7 = 5$

- លេខកូដខែ មករា = 6

$$\Rightarrow \text{លេខកូដថ្ងៃ} = (5 + 6 + 1) - \text{ពហុគុណនៃ 7}$$

$$= 12 - 7 = 5$$

លេខកូដថ្ងៃ = 5 ត្រូវនឹង ថ្ងៃ សុក្រ

ដូច្នោះ ០១- មករា -2010 ត្រូវនឹង ថ្ងៃ សុក្រ

n- 19- វិច្ឆិកា -1863 (សតវត្ស ទី 19= 1800 + 63)

- លេខកូដឆ្នាំ 1863=(63÷4 + 63+3) – ពហុគុណនៃ7
- $$= 81 - 77 = 4$$

- លេខកូដខែ វិច្ឆិកា = 2

$$\Rightarrow \text{លេខកូដថ្ងៃ} = (4 + 2 + 19) - \text{ពហុគុណនៃ 7}$$

$$= 25 - 21 = 4$$

លេខកូដថ្ងៃ = 4 ត្រូវនឹង ថ្ងៃ ព្រហស្បតិ៍

ដូច្នោះ 19- វិច្ឆិកា -1863 ត្រូវនឹង ថ្ងៃ ព្រហស្បតិ៍



លំហាត់បន្ថែម

More Exercises

លំហាត់ស្រាវជ្រាវបន្ថែម

1- រកសំណល់នៃ :

a- 3^{999} ចែកនឹង 5

b- 23×9^{63} ចែកនឹង 6

c- 4^{140} ចែកនឹង 8

d- $2^{3k+8} + 20^{4k+5}$ ចែកនឹង 7

2- រកសំណល់នៃ 3^{6n+5} ចែកនឹង 7 , ដែល n ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន

3- រកសំណល់នៃ :

a- 2^{3n+10} និង $3^{12n+3} + 2^{6n+3}$ ចែកនឹង 7

b- $3^{77} + 6^{89} \cdot 2^{1241} + 1$ ចែកនឹង 8

c- $9888 + 12466$ និង $1326811865 + 5^{11}$ ចែកនឹង 9

d- $18181818 + 1111111111$ និង $47^{36} + 16^{87}$ ចែកនឹង 11

e- $2^7 + 50!$ ចែកនឹង 16

4- រកលេខចុងក្រោយនៃចំនួន $3^{1001} \cdot 7^{1002} \cdot 13^{1003}$ និង $\underbrace{77777}_{1001}$

5- រកលេខបីខ្ទង់ចុងក្រោយនៃចំនួន $2003^{2002^{2001}}$

6- រកចំនួនគត់វិជ្ជមានតូចបំផុតដែលមានគូបខាងចុងគឺ 888

7- គណនាផលបូក :

$$S = 1.1! + 2.2! + 3.3! + \dots + (n-1)(n-1)! + n.n!$$

ដែល $n! = n(n-1)(n-2)\dots 2.1$

8- ចូរបង្ហាញថាគ្រប់ចំនួនគត់ n :

a- $n^3 - n$ ជាចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 3

b- $n^5 - n$ ជាចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 5

c- $n^7 - n$ ជាចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 7

d- $n^{11} - n$ ជាចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 11

e- $n^{13} - n$ ជាចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 13

9- ចូរបង្ហាញថា :

a- $3^{8n} - 2^{6n}$ ជាចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 35

គ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន n ។

b- $n^5 - 5n^3 + 4n$ ចែកដាច់នឹង 120 គ្រប់ចំនួនគត់ n ។

c* - គ្រប់ចំនួនគត់ m និង n , $mn(m^{60} - n^{60})$

ចែកដាច់នឹង 56786730 ។

10- ចូរបង្ហាញថា : $n^2 + 3n + 5$ មិនចែកដាច់នឹង 121

គ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន n ។

11- ចូរបង្ហាញថា : $27195^8 - 10887^8 + 10152^8$

ពិតជាចែកដាច់នឹង 26460 ។

12- ចូរបង្ហាញថា : $11^{10} - 1$ ចែកដាច់នឹង 100

13- ចូរបង្ហាញថា : $2222^{5555} + 5555^{2222}$ ចែកដាច់នឹង 7

14- a- រកលេខចុងក្រោយនៃចំនួន $9^{(9^9)}$ និង $2^{(3^4)}$

b- រកលេខពីរខ្ទង់ចុងក្រោយនៃចំនួន 2^{999} និង 3^{999}

c* - រកលេខពីរខ្ទង់ចុងក្រោយនៃចំនួន $14^{(14^{14})}$

15- a- រកលេខចុងក្រោយនៃ:

$$\left(\left(\left((7^7)^7 \right)^{\dots 7} \right) \right), \text{ ដែលស្វ័យគុណនៃ } 7 \text{ យក } 1000 \text{ ដង } \text{ ។}$$

រួចរកលេខចុងក្រោយពីរខ្ទង់ ។

$$\underbrace{\left(\left(\left(7^{(7^7)} \right) \right) \right)}_{1001}$$

b- រកលេខពីរខ្ទង់ចុងក្រោយនៃ: $7^{\underbrace{\left(\left(\left(7^{(7^7)} \right) \right) \right)}_{1001}}$, ដែលមាន 7 ស្វ័យគុណចំនួន 1001 ។

$$\underbrace{\left(\left(\left(9^{(9^9)} \right) \right) \right)}_{1001}$$

16- * រកលេខចុងក្រោយ 5 ខ្ទង់នៃ: $N = 9^{\underbrace{\left(\left(\left(9^{(9^9)} \right) \right) \right)}_{1001}}$

ដែលមាន 9 ស្វ័យគុណចំនួន 1001 ។

17- * រកលេខចុងក្រោយ 1000 ខ្ទង់នៃ:

$$N = 1 + 50 + 50^2 + 50^3 + \dots + 50^{999}$$

18- * តើមានលេខសូន្យប៉ុន្មានខ្ទង់ចុងបញ្ចប់នៃ $100!$ ។

19- ចូរបង្ហាញថា : $(n!)!$ ចែកដាច់នឹង $(n!)^{(n-1)!}$

20- ចូរបង្ហាញថាប្រសិនបើមេគុណនៃសមីការដឺក្រេទី 2:

$ax^2 + bx + c = 0$ ជាចំនួនសេសនោះវិសនៃសមីការមិនមែន
ជាចំនួន សនិទាន ។

21- គណនាផលចែករវាង :

a- $a^{128} - b^{128}$ និង

$$(a-b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4)(a^8 + b^8)(a^{16} + b^{16}) (a^{32} + b^{32}) (a^{64} + b^{64})$$

a- $a^{2k+1} - b^{2k+1}$ និង

$$(a-b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4)(a^8 + b^8).....(a^{2k-1} + b^{2k-1}) (a^{2k} + b^{2k})$$

22- ចូរបង្ហាញថា :

$(a + b + c)^{333} - a^{333} - b^{333} - c^{333}$ ចែកដាច់នឹង

$$(a + b + c)^3 - a^3 - b^3 - c^3$$

23- ដាក់ជាផលគុណកត្តានៃកន្សោម : $a^{10} + a^5 + 1$

24- ចូរបង្ហាញថាពហុធា :

$x^{9999} + x^{8888} + x^{7777} + + x^{2222} + x^{1111} + 1$ ចែកដាច់នឹង

$$x^9 + x^8 + x^7 + + x^2 + x + 1$$

25- គណនាកន្សោមខាងក្រោម :

$$A = \left(\frac{1.2.4+2.4.8+...+n.2n.4n}{1.3.9+2.6.18+...+n.3n.9n} \right)^{\frac{1}{3}}$$

26- (Canadian Mathematical Olympiad 1974)

ក. បើសិន $x = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ និង $y = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}$

បង្ហាញថា: $y^x = x^y$

ខ. បង្ហាញថាគ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន n

$$1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + (-1)^n(n-1)^2 + (-1)^{n+1}n^2 = (-1)^{n+1}(1+2+\dots+n)$$

27- (Canadian Mathematical Olympiad 1974)

បើសិន a, b និង c ជារឹសនៃសមីការ $x^3 - x^2 - x - 1 = 0$

ក. បង្ហាញថា a, b និង c ជារឹសបីផ្សេងគ្នា

ខ. បង្ហាញថា

$$\frac{a^{1982} - b^{1982}}{a - b} + \frac{b^{1982} - c^{1982}}{b - c} + \frac{c^{1982} - a^{1982}}{c - a} \text{ ជាចំនួនគត់}$$

28- បង្ហាញថាមិនមានចំនួនគត់វិជ្ជមាន a, b, c ដែល

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3(ab + bc + ca)} \text{ ជាចំនួនគត់ ។}$$

29- បង្ហាញថាគ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន n

$$10^n + 18n - 1 \text{ ចែកដាច់នឹង } 27$$

30- បង្ហាញថាគ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន n

$$n^5 - n \text{ ចែកដាច់នឹង } 30$$

31- បង្ហាញថាគ្រប់ចំនួនគត់ n

$$\frac{n}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n^3}{6} \text{ ជាចំនួនគត់។}$$

32- បង្ហាញថាគ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន n

$$\frac{n}{6} + \frac{n^2}{2} + \frac{n^3}{3} \text{ ជាចំនួនគត់។}$$

33- គណនា :

$$\left[\frac{1}{2003} \right] + \left[\frac{2}{2003} \right] + \left[\frac{2^2}{2003} \right] + \dots + \left[\frac{2^{2001}}{2003} \right]$$

34- (Canadian Mathematical Olympiad 1988)

រកតម្លៃ b ដែលធ្វើឱ្យសមីការ $1988x^2 + bx + 8891 = 0$ និង

$8891x^2 + bx + 1988 = 0$ មានរឹសដូចគ្នាមួយ។

35- បង្ហាញថាគ្រប់ចំនួនពិត a, b, c ផលបូកនៃ $a + b + c$

$$\text{ជាតួចែកនៃ } a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

36- ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម :

a. $(x^2 - x + 1)(x^2 - x + 2) = 12$

b. $x^2 + \left(\frac{x}{x+1}\right)^2 = 1$

c- $x^{x^2-5x+6} = 1$

d- $\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = 1$

37- គណនា : $S = \frac{2^2+4^2+6^2+8^2+\dots+200^2}{3^2+6^2+9^2+12^2+\dots+300^2}$

(ប្រលងសិស្សព្រះករុណាប្រទេសថ្នាក់ទី 9 : 07-05-2006)

38- ចំពោះចំនួនពិតខុសគ្នា a, b, c ចូរគណនា :

$$A = \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-a)(b-c)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$$

(ប្រលងសិស្សព្រះវិហារក្រុងភ្នំពេញ ប្រទេសថ្នាក់ទី ៩ : ០៨-០៥-២០០៨)

39- គណនាកន្សោម A ដោយឱ្យលទ្ធផលជាផលគុណ 3 កត្តា :

$$A = \frac{\sqrt{2} - 2}{\sqrt{12} + \sqrt{8} + 3 + \sqrt{6}}$$

(ប្រលងសិស្សព្រះវិហារក្រុងភ្នំពេញ ប្រទេសថ្នាក់ទី ៩ : ០៦-០៥-២០០៨)

40- បញ្ជាក់តម្លៃលេខនៃខ្ទង់រាយ $P = 2^{1979} \times 7^{2007}$

41- បង្ហាញថា :

$$\left[\sqrt{4 + \sqrt{5\sqrt{3} + 5\sqrt{48 - 10\sqrt{7} + 4\sqrt{3}}}} - 4 \right]^{2008} \text{ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន}$$

42- ក.សរសេរ $\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$ ជារាង $a + \sqrt{b}$

ខ.គណនា $\sqrt{2 + 2\sqrt{2 + 2\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}}}$

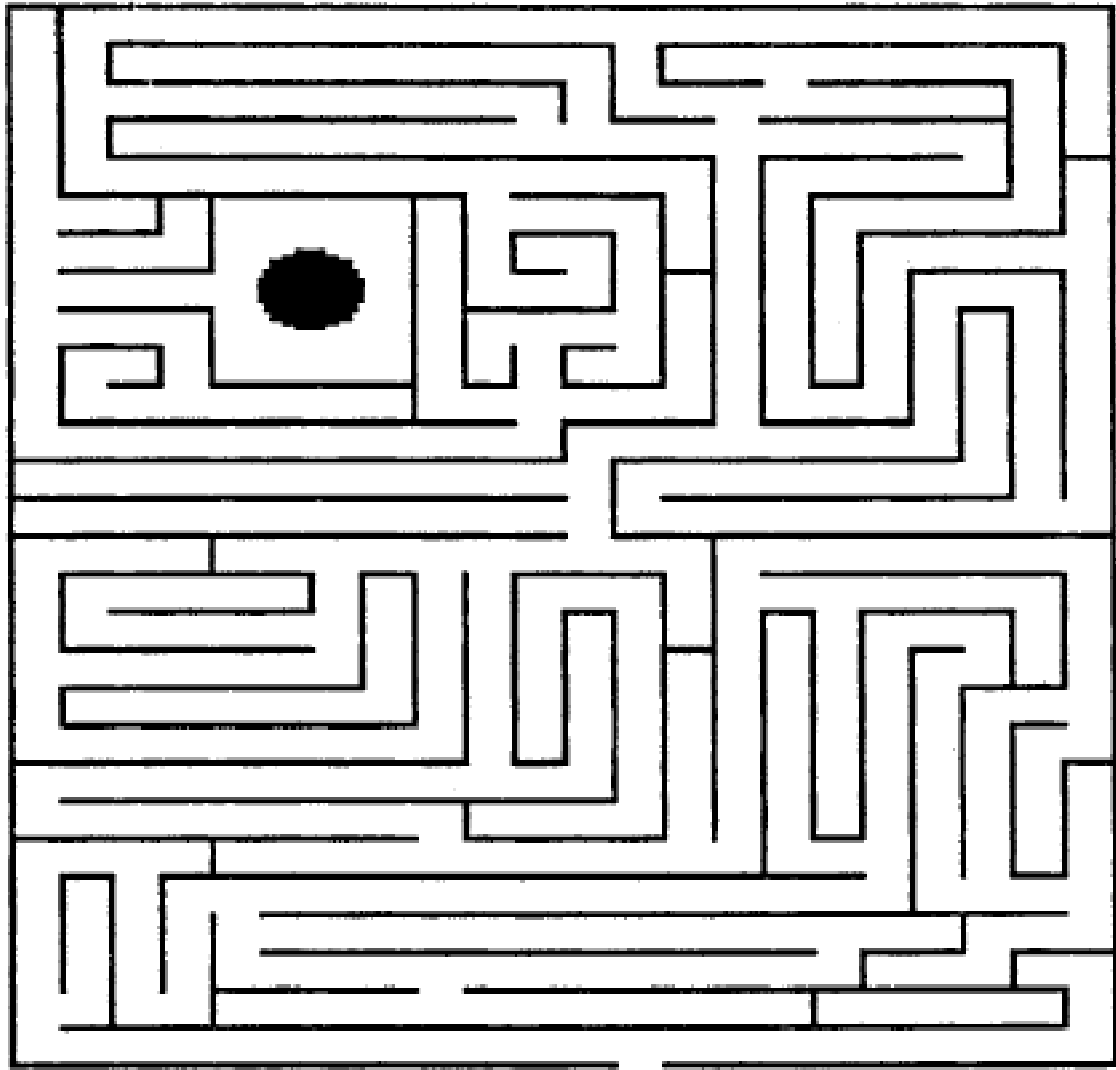
(ប្រលងសិស្សព្រះវិហារក្រុងភ្នំពេញ ប្រទេសថ្នាក់ទី ៩ : ០៧-០៥-២០០៥)



« ចូរផ្អាកអាសសៀវភៅមួយថ្ងៃ មួយម៉ោង មួយឆ្នាំ
 ផ្អាកនឹងឃើញលទ្ធផល »

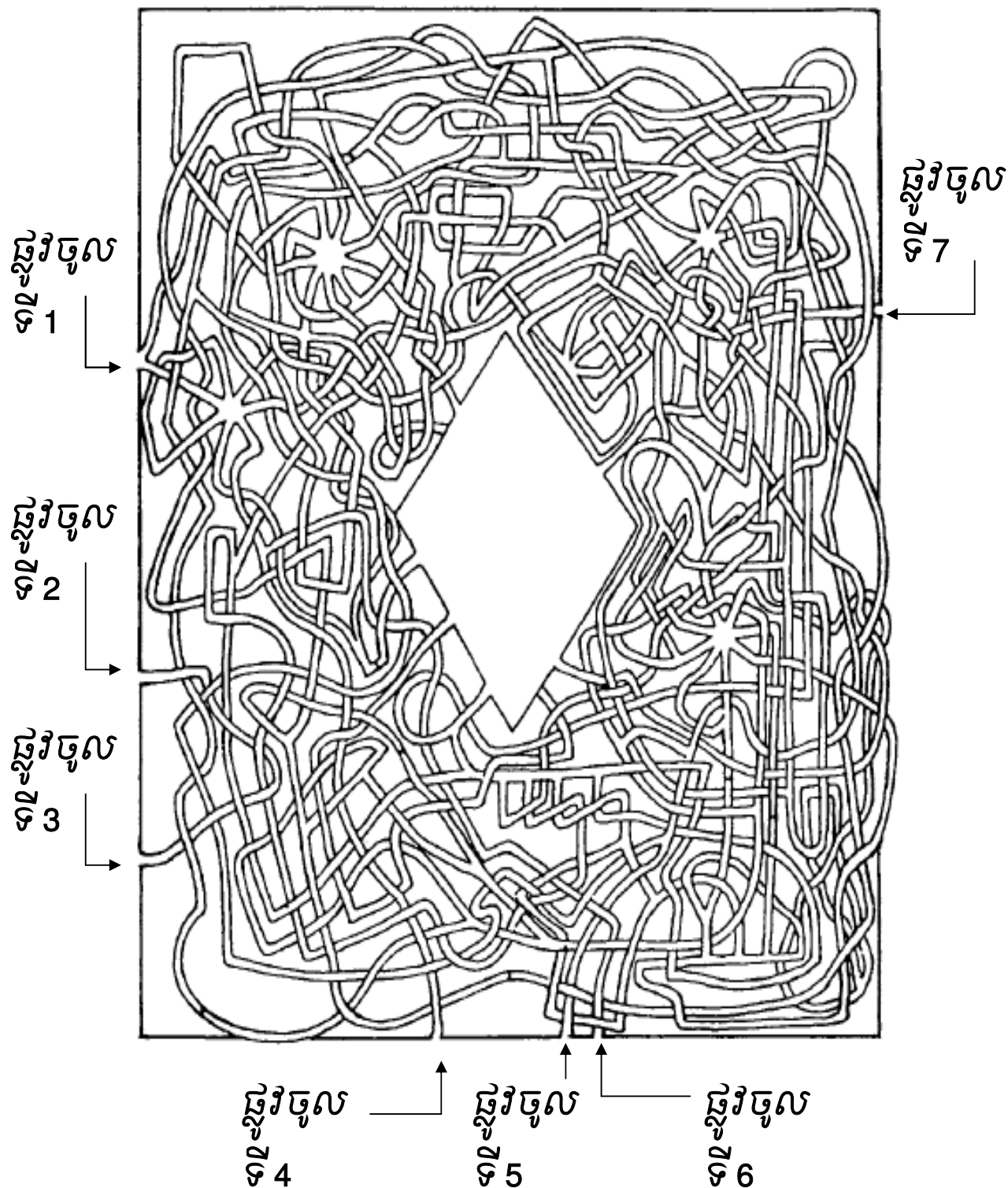
កំសាន្ត :

A – ចូររកផ្លូវដើម្បីឱ្យទៅដល់ចំណុចខ្មៅ :



↑
ផ្លូវចូល

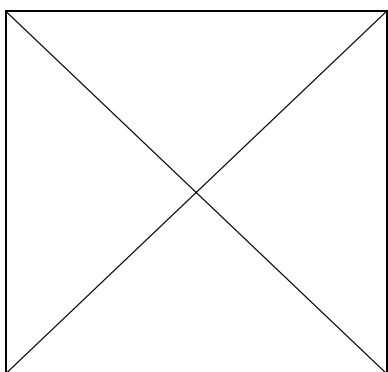
B – ចូររកផ្លូវដើម្បីឱ្យទៅដល់រូបត្វងខាងក្នុង :



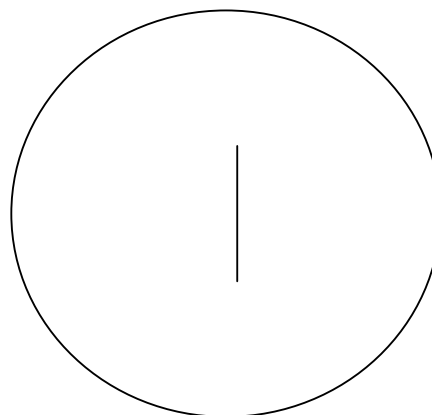
C – ចូរបំពេញលេខទៅក្នុងការខាងក្រោមដោយ ប្រើលេខ គូ 2 , 4 , 6 , 8 , 10 , 12 , 16 , 18 ដើម្បីឱ្យផលបូក លេខនៃជួរឈរ ដេក និងអង្កត់ទ្រូងស្មើនឹង 30 ។

D – ចូរបំពេញលេខទៅក្នុងការខាងក្រោមដោយ ប្រើលេខ 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 , 10 , 11 , 12 ដើម្បីឱ្យផលបូក លេខនៃជួរឈរ ដេក និងអង្កត់ទ្រូងស្មើនឹង 24 ។

E – ដោយមិនចាំបាច់ដកដៃ ចូរគូសរូបខាងក្រោមនេះ :



(a)



(b)

តារាងគណិតវិទ្យាបំផ្លែម

Name	American-French	English-German
million	1,000,000	1,000,000
billion	1,000,000,000 (a thousand millions)	1,000,000,000,000 (a million millions)
trillion	1 with 12 zeros	1 with 18 zeros
quadrillion	1 with 15 zeros	1 with 24 zeros
quintillion	1 with 18 zeros	1 with 30 zeros
sextillion	1 with 21 zeros	1 with 36 zeros
septillion	1 with 24 zeros	1 with 42 zeros
octillion	1 with 27 zeros	1 with 48 zeros
googol	1 with 100 zeros	
googolplex	1 with a googol of zeros	

SI Prefixes

Number	Prefix	Symbol	Number	Prefix	Symbol
10^1	deka-	da	10^{-1}	deci-	d
10^2	hecto-	h	10^{-2}	centi-	c
10^3	kilo-	k	10^{-3}	milli-	m
10^6	mega-	M	10^{-6}	micro-	u(greekmu)
10^9	giga-	G	10^{-9}	nano-	n
10^{12}	tera-	T	10^{-12}	pico-	p
10^{15}	peta-	P	10^{-15}	femto-	f
10^{18}	exa-	E	10^{-18}	atto-	a
10^{21}	zeta-	Z	10^{-21}	zepto-	z
10^{24}	yotta-	Y	10^{-24}	yocto-	y

Roman Numerals

I=1	(I with a bar is not used)
V=5	\bar{V} =5,000
X=10	\bar{X} =10,000
L=50	\bar{L} =50,000
C=100	\bar{C} = 100 000
D=500	\bar{D} =500,000
M=1,000	\bar{M} =1,000,000

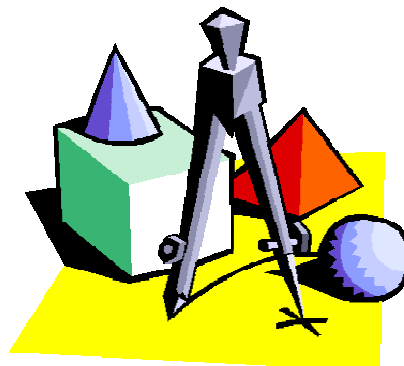
Roman Numeral Calculator

Examples:

1 = I	11 = XI	25 = XXV
2 = II	12 = XII	30 = XXX
3 = III	13 = XIII	40 = XL
4 = IV	14 = XIV	49 = XLIX
5 = V	15 = XV	50 = L
6 = VI	16 = XVI	51 = LI

7 = VII	17 = XVII	60 = LX
8 = VIII	18 = XVIII	70 = LXX
9 = IX	19 = XIX	80 = LXXX
10 = X	20 = XX	90 = XC
	21 = XXI	99 = XCIX

Number	Name	How Many
100	one hundred	ten tens
1,000	one thousand	ten hundreds
10,000	ten thousand	ten thousands
100,000	one hundred thousand	one hundred thousands
1,000,000	one million	one thousand thousands



ឯកសារយោង

(References list)

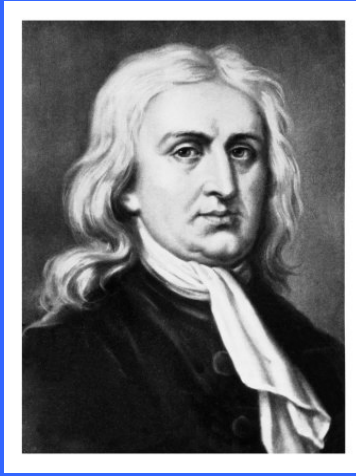
- Rajnish Kumar (2007) , *High Speed Calculations* ,
- Arthur Benjamin & Michael Shermer(2006) , *Secrets of Mental Math*, Published in United States by Three River Press , an imprint of Crown Publishing Group, a division of Random House, Inc., New York.
- Bill Handley(2003), *Speed Mathematics*, Published by John Wiley& Sons, Inc.Hoboken, New Jersey. Publishing Simultaneously in Canada.
- Bill Handley(2005), *Speed Math for Kids*, Published by Wrightbooks, an imprint of John Wiley& Sons Australia Ltd, Printed in the United States of America.
- Gerard W. Kelly(1984), *Short Cut Math*, Published in Canada by General Publishing Company, Ltd. 30 Lessmill Road, Don Mills, Toronto, Ontario.
- Ann Cutler(1965),*The Trachtenberg Speed System of Basic Mathematics*, Printed in the United States of America.



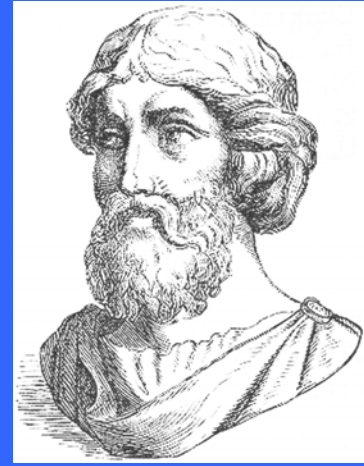
ឈ្មោះអ្នកគណិតវិទូ និង រូបវិទូ ដ៏ល្បីល្បាញ



Johann Carl
Friedrich Gauss
(1777–1855)
មាតាគណិតវិទ្យា
ជនជាតិ អាល្លឺម៉ង់



Sir Isaac Newton
(1642 - 1727)
ជនជាតិ អង់គ្លេស



Pythagoras
(578-505 BC)
ជនជាតិ ក្រិច



J.-L. Lagrange
(1736-1813)
កូនកាត់
អ៊ីតាលី-បារាំង



Pierre de Fermat
(1601-1665)
ជនជាតិ បារាំង



G.W. Leibniz
(1646-1716)
ជនជាតិ អាល្លឺម៉ង់

សូមរង់ចាំជានិស្សិតស្រី មរតកគណិតវិទ្យា ភាគ ២!!

មានលក់នៅតាម បណ្ណាល័យ នៅក្នុង ខេត្តបាត់ដំបង